Chapitre ①: Les racines carrées

La racine carré d'un nombre réel positif

1) Définition: a un nombre réel positif
La racine carré de a c'est le nombre réel positif dont le carré est égale à a noté $\sqrt{a}$

Résultat	$\sqrt{a^2}=a$	$\sqrt{a}^2=a$

2) Exemples:

* $\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$
* $\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$
* $\sqrt{49}=\sqrt{7^2}=7$
* $\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$
* $\sqrt{\frac{25}{100}}=\sqrt{\left(\frac{5}{10}\right)^2}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$
* $\sqrt{\frac{49}{25}}=\sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2}=\frac{7}{5}$
* $\sqrt{0}=\sqrt{0^2}=0$
* $\sqrt{1}=\sqrt{1^2}=1$

3) propriété: a un nombre réel

* Si $a>0$ alors: $\sqrt{a^2}=\sqrt{a}^2=a$
* Si $a<0$ alors: $\sqrt{a^2}=\sqrt{a}^2=-a$

Exemples:

* $\sqrt{\frac{11}{5}}^2=\frac{11}{5}$
* $\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{3}{2}$
* $\sqrt{(-7)^2}=7$
* $\sqrt{(-3)^2}=3$
* $\sqrt{(-7-\sqrt{3})^2}=-(-7-\sqrt{3})=7+\sqrt{3}$
* $\sqrt{7+\sqrt{2}^2}=\sqrt{7+2}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$

Résolution de l'équation $x^2=a$

$a>0$	$a=0$	$a<0$
L'équation a deux solutions $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$	l'équation a unique solution 0	l'équation n'a pas de solution

*Exemples:

1) L'équation $3x^2+15=3$ est équivalente à

$$3x^2=3-15$$
$$3x^2=-12$$
$$x^2=\frac{-12}{3}$$
$$x^2=-4$$

donc cette équation n'a pas de solutions.

2) L'équation $2(x^2-1)=-2$ est équivalente à

$$2x^2-2=-2$$
$$2x^2=-2+2$$
$$2x^2=0$$
$$x^2=0$$
$$x=0$$

Cette équation a unique solution qui est 0

3) L'équation $2x^2=6$ est équivalente à

$$x^2=\frac{6}{2}$$
$$x^2=3$$

Cette équation admet deux solutions $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$

Les opérations sur les racines carrées

1) Racine carrée et produit:

$\boxed{\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}}$ $\boxed{\sqrt{a^2\times b}=a\sqrt{b}}$

* Exemple

* $\sqrt{2}\times\sqrt{6}=\sqrt{2\times6}=\sqrt{12}$
* $\sqrt{3}\times\sqrt{12}=\sqrt{3\times12}=\sqrt{36}=6$
* $\sqrt{3^2\times11}=3\sqrt{11}$
* $\sqrt{25\times7}=\sqrt{5^2\times7}=5\sqrt{7}$
* $\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times3^2\times5}=2\times3\sqrt{5}=6\sqrt{5}$ décomposition
* $\sqrt{7^5}=\sqrt{7^4\times7}=\sqrt{(7^2)^2\times7}=7^2\sqrt{7}=49\sqrt{7}$

2) Racine carrée et division:

$$\sqrt{\frac{1}{b}}=\frac{1}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{b}}{b} \qquad \sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$
$$\frac{a}{\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}}{b}$$

* $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{8}{2}}=\sqrt{4}=2$
* $\sqrt{\frac{9}{2}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

Suppression de la racine du dénominateur

Définition

Définition: Conjugué

Le conjugué de $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ est $\sqrt{a}-\sqrt{b}$
Le conjugué de $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ est $\sqrt{a}+\sqrt{b}$
et on a: $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$

Cas①: Dénominateur ne contenant pas + ou −

* $\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$
* $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{5\times2}=\frac{\sqrt{6}}{10}$
* $\frac{2+\sqrt{7}}{3\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{11}(2+\sqrt{7})}{3\times11}=\frac{2\sqrt{11}+\sqrt{77}}{33}$

Cas②: Dénominateur contenant + ou −

* $\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}=\frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{5})}=\frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{2-5}=\frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{-3}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$
* $\frac{\sqrt{3}}{4-\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}(4+\sqrt{6})}{(4-\sqrt{6})(4+\sqrt{6})}=\frac{4\sqrt{3}+\sqrt{18}}{16-6}=\frac{4\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{10}$

Rédigé par: Mr BENNASSER Jamal