

Exercice :

Dans le plan rapporté à une repère orthonormé on considère les points : A(1;-4),B(3;-4),C(0;2) et D(2;0)

- 1- Déterminons l'équation réduite de la droite (AB).
- 2- Parmi les points C et D déterminons le point qui appartient et le point qui n'appartient pas à la droite (AB)
- 3- Déterminons l'équation réduite de la droite (d) qui passe par le point C et qui est parallèle à (AB) .
- 4- Déterminons l'équation réduite de la droite (d') qui passe par le point C et qui est perpendiculaire à (AB) .
- 5- Déterminons l'équation réduite de la médiatrice(Δ) du segment [AB].

Correction:

1- L'équation réduite de la droite (AB) s'écrit sous la forme : $y = ax + b$

Déterminons a :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - (-4)}{3 - 1} = \frac{4 + 4}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = 4x + b$$

déterminons b :

$$B(3;-4) \in (AB) \text{ alors } y_B = 4x_B + b$$

$$-4 = 4 \times 3 + b \text{ Signifié que } -4 = 12 + b \text{ d'où } -4 - 12 = b \Rightarrow b = -16$$

Finalement l'équation réduite de la droite (AB) est : $y = 4x - 16$

2- Pour C(0;2) on a $x_C = 0$ alors si on remplace x par 0 dans l'équation réduite de la droite (AB) on trouve : $y = 4 \times 0 - 16 = -16 \neq y_C = 2$ D'où le point C(0;2) n'appartient pas à la droite (AB).

Pour D(2;0) on a $y_D = 0$ alors si on remplace y par 0 dans l'équation réduite de la droite (AB) on trouve : $0 = 4 \times x - 16$ alors $0 + 16 = 4x$ signifié $\frac{16}{4} = \frac{4x}{4}$ d'où $x = 4 = x_D$ D'où le point D(2;0) appartient pas à la droite (AB).

3- L'équation réduite de la droite (d) s'écrit sous la forme : $y = a'x + b'$

Déterminons a' :

Comme (d)//(AB) alors ils ont même coefficient directeur d'où $a' = a = 4$

$$y = 4x + b'$$

déterminons b' :

C(0;2) ∈ (d) alors $y_C = 4x_C + b'$

$$2 = 4 \times 0 + b' \text{ d'où } b' = 2$$

Finalement l'équation réduite de la droite (d) est : $y = 4x + 2$

4- L'équation réduite de la droite (d') s'écrit sous la forme : $y = a''x + b''$

Déterminons a'' :

Comme (d') et (AB) sont perpendiculaire alors le produit de leur coefficients directeurs est égale à -1 C'est-à-dire $a \times a'' = -1$ signifié que $4 \times a'' = -1$

$$\text{d'où } \frac{4a''}{4} = \frac{-1}{4} \text{ finalement } a'' = \frac{-1}{4}$$

$$y = \frac{-1}{4}x + b''$$

Déterminons b'' :

C(0;2) ∈ (d') alors $y_C = \frac{-1}{4}x_C + b''$

$$2 = \frac{-1}{4} \times 0 + b'' \text{ d'où } b'' = 2$$

Finalement l'équation réduite de la droite (d') est : $y = \frac{-1}{4}x + 2$

5- L'équation réduite de la droite (Δ) s'écrit sous la forme : $y = mx + p$

Déterminons m :

On sait que la médiatrice d'un segment c'est la droite qui passe perpendiculairement à son milieu alors : $(\Delta) \perp (AB)$ et comme $(d') \perp (AB)$ alors $(\Delta) \parallel (d')$ d'où

$$m = a'' = \frac{-1}{4}$$

$$y = \frac{-1}{4}x + p$$

Déterminons p :

On sait que (Δ) passe par le point I le milieu de [AB].

Calculons les coordonnées du point I :

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) \text{ alors } I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-4+4}{2}\right) \text{ d'où } I(2;0)$$

(On remarque que le point D est le milieu de [AB].

D(2;0) ∈ (Δ) alors $y_D = \frac{-1}{4}x_D + p$

$$0 = \frac{-1}{4} \times 2 + p \text{ Signifié que } -p = \frac{-1}{2} \text{ d'où } p = \frac{1}{2}$$

Finalement l'équation réduite de la droite (d') est : $y = \frac{-1}{4}x + 2$

