Devoir Surveillé n°8 Correction

Troisième

Inéquations, équations, triangles semblables, homothéties, statistiques et algorithmes.

Durée 1,5h - Coeff. 6

Noté sur 21 points

Exercice 1. QCM — 2 points

Question 1 (Réponse b)

L'équation $5x+12=3$ a pour solution :

a. 1,8 **b.** 3 $\boxed{\textbf{c.}\ -1,8}$

Preuve.

$$\begin{aligned}5x+12=3 &\iff 5x=3-12\\ &\iff 5x=-9\\ &\iff x=-\frac{9}{5}=-1,8\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse c.

Question 2

On considère la fonction $f : x \longmapsto 3x+4$.
Quelle formule doit-on entrer en B2 puis recopier vers la droite afin de calculer les images des nombres de la ligne 1 par la fonction f ?

	A	B	C	D
1	x	5	6	7
2	$f(x)$			

a. $=3\star \text{A1}+4$ **b.** $=3\star 5+4$ $\boxed{\textbf{c.}\ =3\star \text{B1}+4}$

Exercice 2. Vrai ou faux — 2 points

Affirmation 1 (Vraie)

La solution de l'équation $4x-5=x+1$ est une solution de l'équation $x^2-2x=0$.

- On va résoudre la première équation :

$$\begin{aligned}4x-5=x+1 &\iff 4x-x=1+5\\ &\iff 3x=6\\ &\iff \underline{x=2}\end{aligned}$$

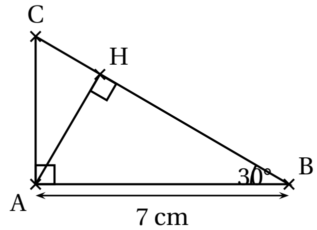
- On vérifie si la solution de la première est aussi une solution de la deuxième :
Pour $x=2$ on a :

$$x^2-2x=2^2-2\times 2=0$$

- <u>Conclusion</u> : donc 2 est une solution de l'équation $x^2-2x=0$. L'affirmation est vraie.

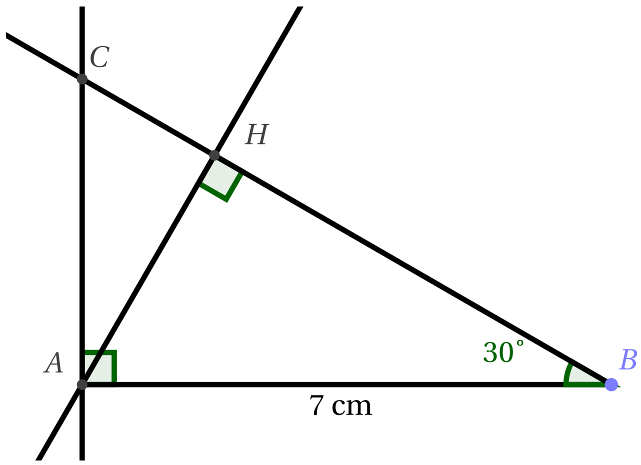
Exercice 3. Géométrie 5 points

La figure ci-contre n' est pas à l'échelle



On considère ci-dessus un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 30°$ et AB = 7 cm. H est le pied de la hauteur issue de A.

1. **Tracer la figure en vraie grandeur sur la copie. Laisser les traits de construction apparents sur la copie.**
   - On trace le segment [AH] de 7 cm;
   - On trace la demi-droite [BC) faisant un angle de 30° avec (AH), sans construire C.
   - On place C en traçant la perpendiculaire à (AB) issue de A;
   - Puis H en traçant la perpendiculaire à (CB) issue de A



2. **Démontrer que AH = 3,5 cm.**
   Le triangle AHB est rectangle en H donc on a :

$$\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB} \iff \sin 30^{\circ} = \frac{AH}{7}$$

   Donc

$$AH = 7 \times \sin 30^{\circ} = \underline{3,5 \text{ cm}}$$

3. **Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.**
   Les triangles ABC et HAC sont rectangles (en A et H) et ont un angles $\widehat{ACB}$ en commun, ils sont donc semblables avec :

$$\begin{cases} A \longrightarrow H \\ B \longrightarrow A \\ C \longrightarrow C \end{cases}$$

4. **Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC.**
   D'après la question précédente, le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC est :

$$k = \frac{AH}{BA} = \frac{3,5}{7} = \frac{1}{2}$$

Exercice 4. Un programme — 7 points

On considère le programme de calcul suivant :

• Choisir un nombre;
• Le multiplier par -4;
• Ajouter 5 au résultat.

1. Vérifier que lorsque l'on choisit -2 avec ce programme, on obtient 13.

• Choisir un nombre	:	-2
• Le multiplier par -4	:	$-4\times(-2)=8$
• Ajouter 5 au résultat	:	$8+5=13$
Résultat	:	**13**

2. Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir -3 ?

On fait fonctionner le programme à l'envers :

Résultat	:	$\mathbf{-3}$
• Soustraire 5 au résultat	:	$-3-5=-8$
• Le diviser par -4	:	$-8\div(-4)=2$
• Choisir un nombre	:	2

Il faut donc choisir 2 pour obtenir (-3).

3. Salomé fait exécuter le script suivant :

3. a. Quelle sera la réponse du lutin si elle choisit le nombre 12 ?

Si elle choisit le nombre 12, la réponse du lutin sera : « Bravo » .

En effet : $-4\times 12+5=-48+5=\underline{-43<0}$.

3. b. Quelle sera la réponse du lutin si elle choisit le nombre -5 ?

Si elle choisit le nombre 12, la réponse du lutin sera : « Essaie encore » .

En effet : $-4\times(-5)+5=20+5=\underline{25\geq 0}$.

4. Le programme de calcul ci-dessus peut se traduire par l'expression littérale $-4x+5$ avec x représentant le nombre choisi. Résoudre l'inéquation suivante : $-4x+5<0$.

$$-4x+5<0 \iff -4x<-5$$
$$\iff x>\frac{-5}{-4}=\frac{5}{4}$$

Les solutions de l'inéquation sont les nombres réels supérieurs strictement à $\frac{5}{4}$.

5. À quelle condition, portant sur le nombre choisi, est-on certain que la réponse du lutin sera « Bravo » ?

La réponse du lutin sera « Bravo » si le nombre choisi est strictement inférieur à $\frac{5}{4}=1{,}25$.

Exercice 5. Statistiques 4 points

L'entraîneur d'un club d'athlétisme a relevé les performances de ses lanceuses de poids sur cinq lancers. Voici une partie des relevés qu'il a effectués (il manque trois performances pour une des lanceuses).. On connaît des caractéristiques de la série d'une des lanceuses.

Caractéristiques des cinq lancers :
Étendue : 2,5 m
Moyenne : 18,2 m
Médiane : 18 m

		Lancers				
		n°1	n°2	n°3	n°4	n°5
Performances (en mètre)	Solenne	17.8	17.9	18	19.9	17.4
	Rachida	17.9	17.6	18.5	18	19
	Sarah	18	?	19.5	?	?

1. **Expliquer pourquoi ces caractéristiques ne concernent ni les résultats de Solenne, ni ceux de Rachida.**

- Pour Solenne :
  - l'étendue de la série de 5 lancers est : $19,9-17,4=2,5$ m ,
  - la moyenne est

$$\overline{m_1}=\frac{17,8+17,9+18+19,9+17.4}{5}=\frac{91}{5}=18,2\text{ m}$$

  - La médiane est la 3e valeur soit en les classant par ordre croissant, 17,9 m qui diffère des 18 mètres annoncés. Cela ne convient donc pas.

$$17,4<17,8<\underline{17,9}<18<19,9$$

- Pour Rachida :
  - l'étendue de la série de 5 lancers est : $19,9-17,6=1,4$ m qui diffère des 2,5 mètres annoncés. Cela ne convient donc pas.

  Remarque : on pouvait ne donner que le contre-exemple pour Solenne et ne pas écrire le calcul de la moyenne et de l'étendue.

2. **Les caractéristiques données sont donc celles de Sarah. Son meilleur lancer est de 19,5 m. Indiquer sur la copie quels peuvent être les trois lancers manquants de Sarah?**
   On cherche les trois lancers manquants que nous nommerons n_1 ; n_2 et n_3.

- Son meilleur lancé est 19,5. Puisque l'étendue est égale à 2,5m cela signifie que son lancer le moins bon est de

$$n_3=19,5-2,5=\underline{17\text{ m}}$$

- On sait que la médiane est égale à 18. On peut donc imaginer la série ordonnée des lancers suivante :

$$17\leq n_1\leq n_2\leq 18<19,5$$

  Dans ce cas nécessairement $n_2=18$ car la 3e valeur doit être la médiane et on en déduit la valeur de n_1 en utilisant le fait que la moyenne est de 18,2.

$$\overline{m'}=18,2\iff\frac{17+n_1+18+18+19,5}{5}=18,2\iff n_1=18,5$$

  Ce qui n'est pas possible dans notre exemple puisque n_1 est inférieur à 18.
- On considère donc que les valeurs sont ainsi distribuées, de part et d'autre de la médiane 18 :

$$\boxed{17\leq n_1\leq 18\leq n_2<19,5}$$

  - Si on prend cette fois $n_1=18$ cela fonctionne. Ainsi on trouve

$$\begin{aligned}\overline{m'}=18,2&\iff\frac{17+18+18+n_2+19,5}{5}=18,2\\&\iff 72,5+n_2=5\times 18,2=91\\&\iff n_2=91-72,5=\underline{18,5}\end{aligned}$$

  Et donc les valeurs des lancers sont :

Sarah	17	18	18	18.5	19.5

Etendue	2.5
Moyenne	18.2
Médiane	18

– D'autres solutions sont possibles.
Si on prend cette fois n_1 et n_2 quelconques on obtient :

$$\begin{aligned}\overline{m'} = 18,2 &\iff \frac{17 + n_1 + 18 + n_2 + 19,5}{5} = 18,2 \\ &\iff 54,5 + n_1 + n_2 = 5 \times 18,2 = 91 \\ &\iff n_1 + n_2 = 91 - 54,5 \\ &\iff n_1 + n_2 = 36,5\end{aligned}$$

- Conclusion : Une infinité de valeurs sont possibles pour les 3 lancers manquants. Seule la valeur inférieur n_3 ici doit être égale à 17 et les deux autres doivent avoir une somme égale à 36,5. On a par exemple (valeurs au dixième) :

n_1	n_2	n_3
17	19.5	17
17.1	19.4	17
17.2	19.3	17
17.3	19.2	17
17.4	19.1	17
17.5	19	17
17.6	18.9	17
17.7	18.8	17
17.8	18.7	17
17.9	18.6	17

Remarque

Bien sûr, il suffisait de proposer 3 valeurs possibles et de prouver qu'elles convenaient. La rédaction intégrale ici proposée n'était pas attendue.

Fin du devoir