

Devoir Surveillé n°3 Correction

Troisième

Thalès

Durée 1 heure - Coeff. 4

Noté sur 21 points

Exercice 1. Application directe du cours

2 points

Dans la figure suivante, les droites (BM) et (PC) sont sécantes en A.

On sait que : $B = 7 \text{ cm}$; $AM = 4 \text{ cm}$; $AP = 6 \text{ cm}$; $AC = 8 \text{ cm}$. Les droites (BC) et (PM) sont-elles parallèles?

• **Données.**

Les points B, A, M et P, A, C sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en A.

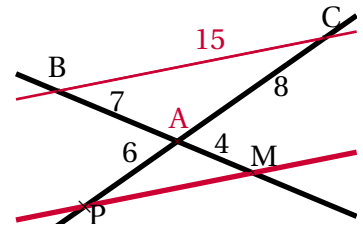
• **Le test, avec mise au même dénominateur.**

D'une part :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{7} = \frac{16}{28}$$

D'autre part :

$$\frac{AP}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \frac{21}{28}$$



• **Conclusion.**

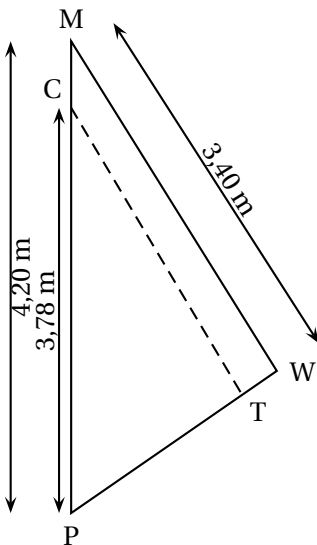
On n'a donc pas égalité, $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AP}{AC}$. De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Thalès*, Les droites (BC) et (MP) ne sont pas parallèles.

Exercice 2. D'après Brevet Centres étrangers juin 2011

6 points

1. On souhaite faire une couture suivant le segment [CT].

1. a. Si (CT) est parallèle à (MW), quelle sera la longueur de cette couture?



Les points P, C, M et P, T, W sont alignés, et les droites (CT) et (MW) sont parallèles, on peut donc appliquer le théorème de Thalès,

$$\frac{PC}{PM} = \frac{CT}{MW}$$

ou en remplaçant par les valeurs connues :

$$\frac{3,78}{4,2} = \frac{CT}{3,4}$$

d'où :

$$CT = \frac{3,78 \times 3,4}{4,2} = \underline{3,06 \text{ m}}$$

1. b. La quantité de fil nécessaire est le double de la longueur de la couture. Est-ce que 7 mètres de fil suffiront?

$3,06 \times 2 = 6,12 < 7$. Donc 7 m de fil suffiront.

2. Une fois la couture terminée, on mesure : $PT = 1,88\text{ m}$ et $PW = 2,30\text{ m}$. La couture est-elle parallèle à (MW) ?

• **Données.**

Les points P, C, M et P, T, W sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en P.

• **Le test .**

D'une part :

$$\frac{PC}{PM} = \frac{3,78}{4,2} = 0,9$$

D'autre part part :

$$\frac{PT}{PW} = \frac{1,88}{2,3} \approx 0,8$$

• **Conclusion.**

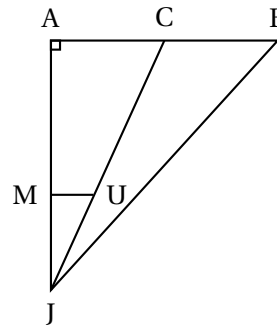
On n'a donc pas égalité, $\frac{PC}{PM} \neq \frac{PT}{PW}$. De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Thalès*, Les droites (CT) et (MW) ne sont pas parallèles.

La couture n'a pas été faite parallèle au bord [MW] de la voile.

Exercice 3. Dans un triangle

6 points

- Le triangle JAB est rectangle en A. Les droites (MU) et (AB) sont parallèles. Les points A, M et J sont alignés. Les points C, U et J sont alignés. Les points A, C et B sont alignés.
- $AB = 7,5\text{ m}$, $MU = 3\text{ m}$, $JM = 10\text{ m}$, $JB = 19,5\text{ m}$.



1. [2 points] Calculer la longueur AJ.

Dans le triangle AJB rectangle en A , d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned}
 JB^2 &= AJ^2 + AB^2 \\
 19,5^2 &= AJ^2 + 7,5^2 \\
 AJ^2 &= 19,5^2 - 7,5^2 \\
 AJ^2 &= 380,25 - 56,25 \\
 AJ^2 &= 324
 \end{aligned}$$

Or AJ est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned}
 AJ &= \sqrt{324} \\
 AJ &= \underline{18\text{ m}}
 \end{aligned}$$

2. [2 points] Montrer que la longueur AC est égale à 5,4 m.

Dans le triangle JAC , les droites (MU) et (AC) sont parallèles, J, M et A sont alignés dans cet ordre, J, U et C sont alignés dans cet ordre : on peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{JM}{JA} = \frac{JU}{JC} = \frac{MU}{AC}$$

En particulier

$$\frac{JM}{JA} = \frac{MU}{AC} \iff \frac{10}{18} = \frac{3}{AC}$$

soit

$$AC = \frac{3 \times 18}{10} = 5,4 \text{ cm}$$

3. [1 point] Calculer l'aire du triangle JCB.

L'aire du triangle JCB est égale à :

$$\mathcal{A}(JCN) = \frac{CB \times AJ}{2}$$

Or puisque le point C appartient au segment [AB] on a : $CB = AB - AC = 7,5 - 5,4 = 2,1 \text{ m}$.

Donc :

$$\mathcal{A}(JCN) = \frac{2,1 \times 18}{2} = \underline{18,9 \text{ m}^2}$$

Exercice 4. Le parcours (Métropole 2012)

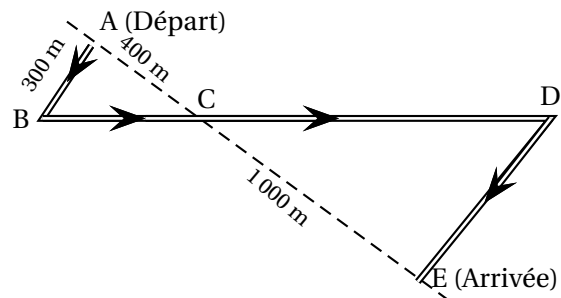
6 points

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis.

Il est représenté par la figure ci-contre.

On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.



Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.

• Longueur BC : [2 points]

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 300^2 + 400^2$$

$$BC^2 = 90000 + 160000$$

$$BC^2 = 250000$$

Or BC est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$BC = \sqrt{250000}$$

$$BC = \underline{500 \text{ m}}$$

• Longueurs CD et DE : [3 points]

Les droites (AE) et (BD) se coupent en C et les droites (AB) et (DE) sont parallèles. Le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE} = \frac{BA}{DE} \iff \frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} = \frac{300}{DE}$$

- Calculons CD :

$$\frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} \iff CD = \frac{1000 \times 500}{400} = \underline{1250 \text{ m}}$$

- Calculons DE :

$$\frac{400}{1000} = \frac{300}{DE} \iff DE = \frac{1000 \times 300}{400} = \underline{750 \text{ m}}$$

• Longueur ABCDE : [1 point]

$$\ell(ABCDE) = AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1250 + 750 = \underline{2800 \text{ m}}$$

∞ Fin du devoir ∞