Concours ATS SI 2009 – La maison hantée

1. Découverte du système

1.5. Cahier des charges fonctionnel partiel

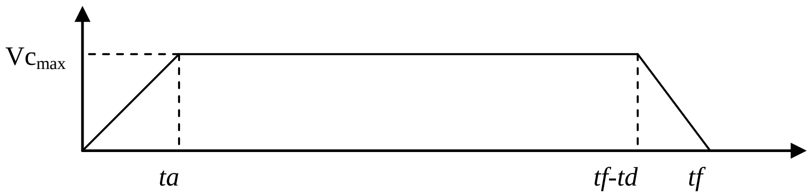
Q1 : **Le passager est maintenu sur son siège par la barre de sécurité.**

Q2 : **La fonction correspondante est la fonction FC12.**

Q3 : **Données utiles :**

Lp = 192 m ta = 5s td = 3s Vc_{max} = 1,3 m/s

Hypothèses: On suppose que le profil de vitesse est le suivant :



- Sur la phase d'accélération, la distance d'accélération da vaut :

$$da = \frac{1}{2}a.ta^2 \quad \text{avec} \quad a = \frac{Vc_{\max}}{ta} \quad \text{d'où} \quad da = \frac{1}{2}Vc_{\max}.ta = \frac{1}{2}*1.3*5 = 3.25m$$

- Sur la phase de décélération, la distance d'accélération dd vaut :

$$dd = \frac{1}{2}Vc_{\max}.td = \frac{1}{2}*1.3*3 = 1.95m \;;$$ ***le texte donne 2m +/- 0.1***

- Sur la phase à vitesse constante :

$$t_{Vc} = \frac{Lp-(da+df)}{Vc_{\max}} = \frac{192-(3.25+1.95)}{1.3} = 143.7s$$

La durée minimale d'un parcours complet, véhicule chargé est donc de :

$$tf = ta + t_{Vc} + td = 5 + 143.7 + 3 = 151.7s$$

Remarque : En pratique, le temps de parcours sera supérieur car la vitesse du véhicule Vc est légèrement fluctuante du fait de la forme du parcours (virages, pentes…)

2. Etude de la fonction FC12 : Transporter deux personnes

2.1. Objectif : déterminer les limites de la solution actuelle

Q4 : Pente

6% correspond à un déplacement vertical de 6m pour un déplacement horizontal de 100m, ce qui fait un angle de

$$3.43° = \tan^{-1}\frac{6}{100}$$ (On notera cet angle α par la suite)

Q5 : **Vitesses** (les A.N. n'étaient pas explicitement demandée à cette question)

$$+ \quad \omega_a = \frac{V_{M\,\max}}{Ra_{\min}} = \frac{1.3}{0.11} = 11.82rd/s$$

$$+ \quad \frac{\omega_a}{\omega_r} = \frac{Zr}{Za} = ke \text{ d'où : } \omega_r = \frac{Za.\omega_a}{Zr} = \frac{45*11.82}{17} = 31.28rd/s$$

$$+ \quad \frac{\omega_r}{\omega_m} = kr \text{ d'où : } \omega_m = \frac{\omega_r}{kr} = \frac{31.28}{1/8.98} = 280.93rd/s$$

Q6 Inertie du rotor du moteur

Pour un cylindre de rayon R et de longueur L, l'inertie par rapport à son axe est :

$$J = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2}\rho(\pi R^2 L)R^2 = \frac{1}{2}\rho\pi L R^4$$

L'inertie Jm est donc égale à : $Jm = J1 + J2 + J3 + J4$ avec :

$$J1 = \frac{1}{2}*7.8*10^{-6}*101*\left(\frac{28}{2}\right)^4 *\pi = 47.54 kg.mm^2$$

$$J2 = \frac{1}{2}*7.8*10^{-6}*228*\left(\frac{96}{2}\right)^4 *\pi = 14829.08 kg.mm^2$$

$$J3 = \frac{1}{2}*7.8*10^{-6}*34*\left(\frac{76}{2}\right)^4 *\pi = 868.62 kg.mm^2$$

$$J4 = \frac{1}{2}*7.8*10^{-6}*92*\left(\frac{22}{2}\right)^4 *\pi = 16.50 kg.mm^2$$

On a donc $Jm = 15.76*10^{-3} kg.m^2$

Q 7 Energie cinétique

$$T_1 = \frac{1}{2}MtV_M{}^2 = \frac{1}{2}Mt(Ra.ke.kr)^2\omega_m{}^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2}(Jad + Jag)\omega_a{}^2 = \frac{1}{2}(Jad + Jag)(ke.kr)^2\omega_m{}^2$$

$$T_3 = \frac{1}{2}Jm\omega_m{}^2$$

Q 8 Inertie Equivalente Jeq

L'énergie cinétique totale vaut $T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2}Jeq.\omega_m{}^2$

On a donc : $Jeq = Mt(Ra.ke.kr)^2 + (Jad + Jag)(ke.kr)^2 + Jm$ AN : $Jeq = 29,58*10^{-3} kg.m^2$

Q 9 Théorème de l'énergie cinétique ou de l'énergie -puissance

La dérivée, par rapport au temps, de **l'énergie cinétique galiléenne** d'un ensemble Σ est égale à la somme de la **puissance galiléenne** des actions mécaniques extérieures à Σ et des puissances des actions mutuelles entre chaque solide de l'ensemble isolé.

$$\boxed{\frac{d}{dt}T(\Sigma / Rg) = P(act.ext. \to \Sigma / Rg) + \sum P(Si \leftrightarrow Sj)}$$ avec $T(\Sigma / Rg) = \sum T(Si / Rg)$

Q 10 Bilan des puissances

+ Poids : $Pp = -Mt.g.V_M \sin\alpha = -Mt.g.\sin\alpha.Ra.kr.ke.\omega_m$

+ Couple moteur : $Pm = Cu.\omega_m$

+ Pertes dans la transmission : $Pf1 = (\eta - 1)Cu.\omega_m$

+ Frottement au niveau des balais : $Pf2 = -Ff.V_M = -Ff.Ra.kr.ke.\omega_m$

Q 11 Théorème de l'énergie cinétique appliqué au véhicule complet

$$\frac{dT}{dt} = Pp + Pm + Pf1 + Pf2$$ d'où :

$$Jeq\frac{d\omega_m}{dt}\omega_m = \left[-Mt.g.\sin\alpha.Ra.kr.ke + Cu + (\eta - 1)Cu - Ff.Ra.kr.ke\right]\omega_m$$

Q 12 Cu pour des liaisons parfaites

Q11 donne : $Cu = \frac{1}{\eta}\left[(Mt.g.\sin\alpha + Ff).Ra.kr.ke + Jeq\frac{d\omega_m}{dt}\right]$

Si les liaisons sont parfaites, il n'y a pas de pertes par frottement et le rendement vaut 1.

On a alors :

$$\boxed{Cu = \left[Mt.g.\sin\alpha.Ra.kr.ke + Jeq\frac{d\omega_m}{dt}\right]}$$

Q 13 AN en phase d'accélération

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{\omega_{m\max}}{ta} = \frac{280.93}{5} = 56.19 rd/s^2$$

D'où $Cu = (464+2*85)*10*\sin 3.43*0.11*(17/45)*(1/8.98)+29.58*10^{-3}*56.19 = 3.41 N.m$

Le couple est positif car il est moteur dans cette phase.

Q14 : Cu en phase de descente à vitesse constante

En phase de descente, le poids devient moteur. La puissance liée à la charge change donc de signe. Le moteur sert alors de « frein ».

Cu devient : $Cu = -[Mt.g.\sin\alpha.Ra.kr.ke] = -1.76 Nm$

2.4. Objectif : Proposer une amélioration du montage des roulements de guidage de la nacelle de manière à minimiser la maintenance

Q 42 : Position du CdG

La position du C.d.G. global est :

$$\lg = \frac{1}{m_1+m_2}(m_1.l_1 + m_2 l_2) = \frac{1}{100+170}(100*550+170*374) = 439.2 mm$$

Q43 : Raideur k du ressort

$F = k(l-l_0)$ (aucun signe ici, CD n'est pas orienté)

On a donc : $k = \frac{F}{(l-l_0)} = \frac{120}{500-420} = 1.5 N/mm$

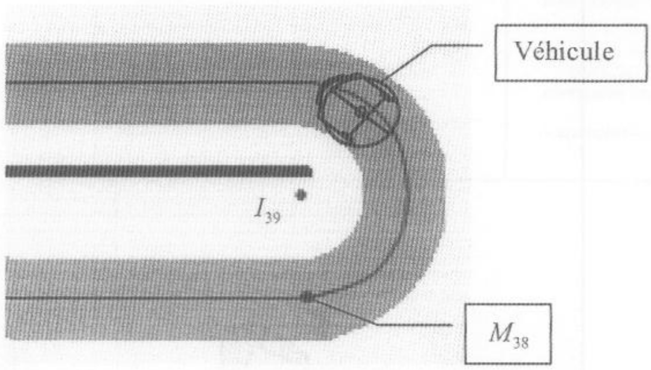
Q44 : Paramètres pour la simulation

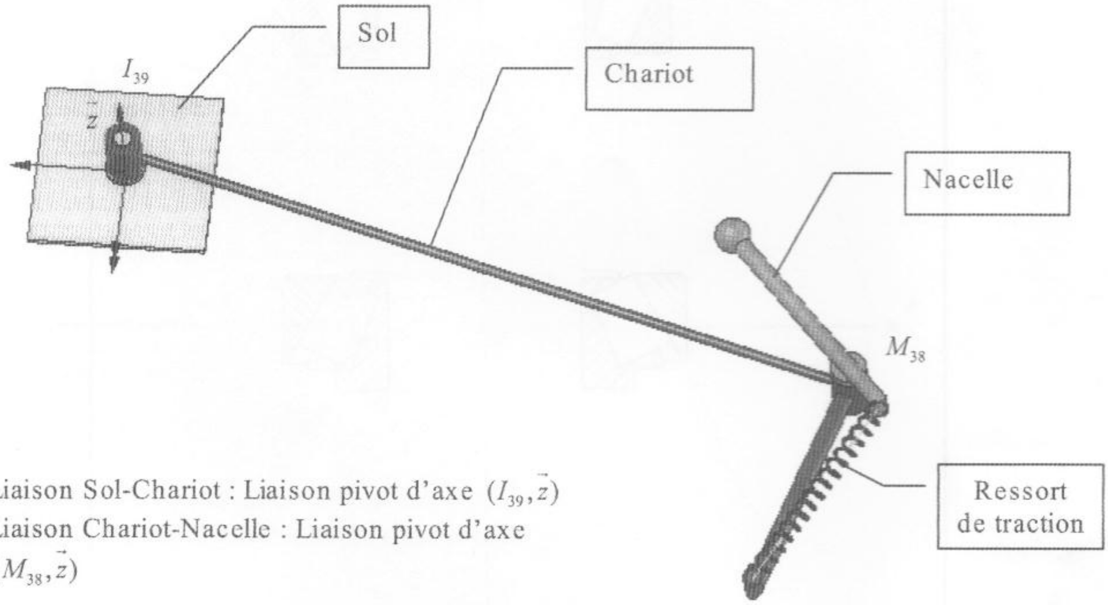
Voir page suivante,

$I_{39}M_{39}$ (réel) = 16_{papier} x110 = 1760 mm = R

Ω = V / R

La distance mesurée sur le dessin donne $I_{39}M_{38} = 16mm$
L'échelle du dessin lors de la mesure est de 1 :110





Liaison Sol-Chariot : Liaison pivot d'axe $(I_{39}, \vec{z})$
Liaison Chariot-Nacelle : Liaison pivot d'axe $(M_{38}, \vec{z})$

Distance $I_{39}M_{38}$ à l'échelle1.	1,76 m
Valeur numérique de la raideur k du ressort en N/mm.	1,5 N/mm
Masse de la nacelle chargée de deux passagers.	270 kg
$\lVert \Omega chariot/sol \rVert$ en rad/s si la vitesse est de $1,3m/s$ dans cette phase.	1,3 / 1,76 = 0,739 rd/s
Décrire le principe selon lequel la nacelle est mise en rotation par rapport au chariot.	L'orientation de la nacelle est obtenue grâce à « un système de contrepoids placé sous l'assise ainsi que l'inclinaison de la piste ». La force d'inertie centrifuge sur la masse génère un moment qui fait tourner le siège. Le ressort exerce un moment de rappel.

Document réponse 3
Tableau des paramètres nécessaires à l'utilisation d'un logiciel de simulation

Q45 : Justification du modèle

Le roulement A est un roulement à rouleaux sphérique à auto-alignement. Ce roulement est complètement immobilisé sur l'alésage et bloqué d'un seul coté sur l'arbre. Cependant, le poids de la nacelle plaque le roulement sur ses appuis. Ce roulement étant complètement bloqué en translation, il peut donc se modéliser par une liaison rotule (unilatérale).

Le roulement B est un roulement à bille classique. Ce roulement autorisant un léger angle de rotulage et étant monté glissant sur l'alésage peut se modéliser par une liaison linéaire annulaire.

L'association des deux liaisons (Rotule + Linéaire annulaire) en parallèle permet d'obtenir une modélisation isostatique de la liaison pivot.

Les torseurs statiques sont les suivants :

$$T_{A_{0\to4}}\begin{pmatrix} X_{A04} & 0 \\ Y_{A04} & 0 \\ Z_{A04} & 0 \end{pmatrix}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}} \quad \text{et} \quad T_{B_{0\to4}}\begin{pmatrix} X_{B04} & 0 \\ Y_{B04} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{B,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$$

Q46 : Effort F F = k.(l-l_0)

Q 47 :

a) Nacelle tournée de 90° par rapport au chariot :

La distance CD correspond à la longueur l du ressort. Dans ce cas $l = \sqrt{110^2 + 566^2} = 576.59$ mm
Donc $F = 2.(576.59 - 420) = 313.2N$

b) Nacelle et chariot alignés

Dans ce cas $l = 566 - 110 = 456mm$
$F = 2.(456 - 420) = 72N$

c) **Isolement de 4** Bilan des actions extérieures :

+ Liaison pivot entre 0 et 4 : $T_{A_{0\to4}}\begin{pmatrix} X_{A04} & 0 \\ Y_{A04} & 0 \\ Z_{A04} & 0 \end{pmatrix}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$ et $T_{B_{0\to4}}\begin{pmatrix} X_{B04} & 0 \\ Y_{B04} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{B,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$ (Cf Q19)

+ Action du poids en G : $T_{Poids}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -M_t g & 0 \end{pmatrix}_{G,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$ (M_t =Masse nacelle + passagers)

+ Action du ressort en C : $T_{R\to4}\begin{pmatrix} \|\vec{F}\|\cos(11°) & 0 \\ \|\vec{F}\|\sin(11°) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{C,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$ + Action de l'opérateur en G : $T_{Op\to4}\begin{pmatrix} X_{Gop4} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{G,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$

d) Réduction en A et PFS

$$T_{B_{0\to4}}\begin{pmatrix} X_{B04} & 109Y_{B04} \\ Y_{B04} & -109X_{B04} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}} , \; T_{Poids}\begin{pmatrix} 0 & -439M_t g \\ 0 & 0 \\ -M_t g & 0 \end{pmatrix}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}} , \; T_{R\to4}\begin{pmatrix} \|\vec{F}\|\cos(11°) & 221\|\vec{F}\|\sin(11°) \\ \|\vec{F}\|\sin(11°) & -221\|\vec{F}\|\cos(11°) \\ 0 & 110\|\vec{F}\|\cos(11°) \end{pmatrix}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}} ,$$

$$T_{Op\to4}\begin{pmatrix} X_{Gop4} & 0 \\ 0 & 290X_{Gop4} \\ 0 & -439X_{Gop4} \end{pmatrix}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$$

$$\begin{vmatrix} X_{A04} \\ Y_{A04} \\ Z_{A04} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_{B04} \\ Y_{B04} \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -M_t g \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \|\vec{F}\|\cos(11°) \\ \|\vec{F}\|\sin(11°) \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_{Gop4} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$ (Th de la résultante statique)

$$\begin{vmatrix} 109Y_{B04} \\ -109X_{B04} \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -439M_t g \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 221\|\vec{F}\|\sin(11°) \\ -221\|\vec{F}\|\cos(11°) \\ 110\|\vec{F}\|\cos(11°) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 290X_{Gop4} \\ -439X_{Gop4} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$ (Th du moment statique)

On a alors :

$$X_{Gop4} = \frac{1}{439}110\|\vec{F}\|\cos(11°)$$

$$X_{B04} = \frac{1}{109}\left[-221\|\vec{F}\|\cos(11°) + 290X_{Gop4}\right]$$

$$Y_{B04} = -\frac{1}{109}\left[-439M_t g + 221\|\vec{F}\|\sin(11°)\right]$$

$$X_{A04} = -\left(X_{B04} + \|\vec{F}\|\cos(11°) + X_{Gop4}\right)$$

$$Y_{A04} = -\left(Y_{B04} + \|\vec{F}\|\sin(11°)\right)$$

$$Z_{A04} = M_t g$$

<u>AN :</u>

$$T_{Poids}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -2700N & 0 \end{pmatrix}_{G,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}, \quad T_{R\to4}\begin{pmatrix} 307.45N & 0 \\ 59.76N & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{C,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}, \quad T_{Op\to4}\begin{pmatrix} 77.04N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{G,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}, \quad T_{B_0\to4}\begin{pmatrix} -418.40N & 0 \\ 10753.15N & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{B,\vec{x},\vec{y},\vec{z}},$$

$$T_{A_0\to4}\begin{pmatrix} 33.91 & 0 \\ -10812.91 & 0 \\ 2700 & 0 \end{pmatrix}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$$

e) Calculs de durée de vie de roulement (fiabilité 90% ou défaillance 10%)

L_{10} représente la durée de vie du roulement **en millions de tours** (Au minimum, 90% des roulements du même lot doivent attendre la durée de vie L_{10}).

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^n \text{ avec } P = F_r + Y_1.F_a \text{ si } \frac{F_a}{F_r} \leq e \text{ et } P = 0{,}67.F_r + Y_2.F_a \text{ si } \frac{F_a}{F_r} > e$$

Pour notre roulement :

Fa = 2700 N et Fr = $\sqrt{34.65^2 + 10811.57^2} = 10811.63N$

Donc $\frac{Fa}{Fr} = 0.25 > e$ Alors, la charge équivalente P se calcule donc en utilisant la formule :

$P = 0.67Fr + Y_2 Fa$ avec $Y_2 = 4.2$ P = 18583.79 N

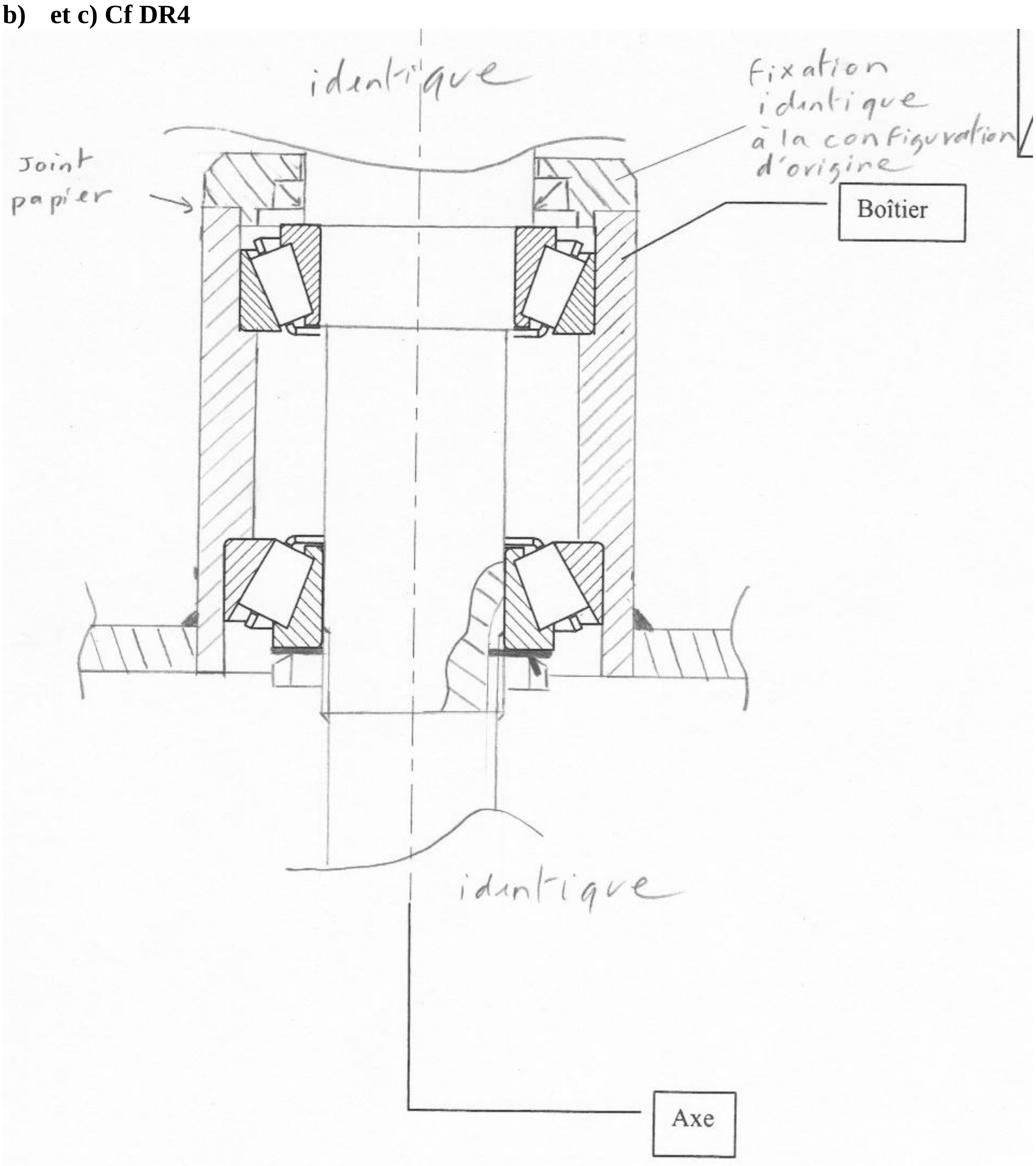
Pour un roulement à rouleaux : n =10/3 (non donnée). On en déduit donc $L_{10} = \left(\frac{140000}{18583.79}\right)^{\frac{10}{3}} = 838$ 10^6 tours.

Dimensions d'encombrement			Charges de base		Vitesses de base		Désignation	Coefficients de calcul			
d	D	B	C (dyn)	C_0 (sta)	Graisse	Huile		e	Y_1	Y_2	Y_0
mm			N	N	tr/min						
60	110	28	140000	173000	4300	5300	22212E	0,24	2,8	4,2	2,8

Q 48 :

a) **Types de roulements :**
Les roulements utilisés ici sont des roulements à rouleaux coniques (Montage en « O » ou à centres de poussées éloignés).

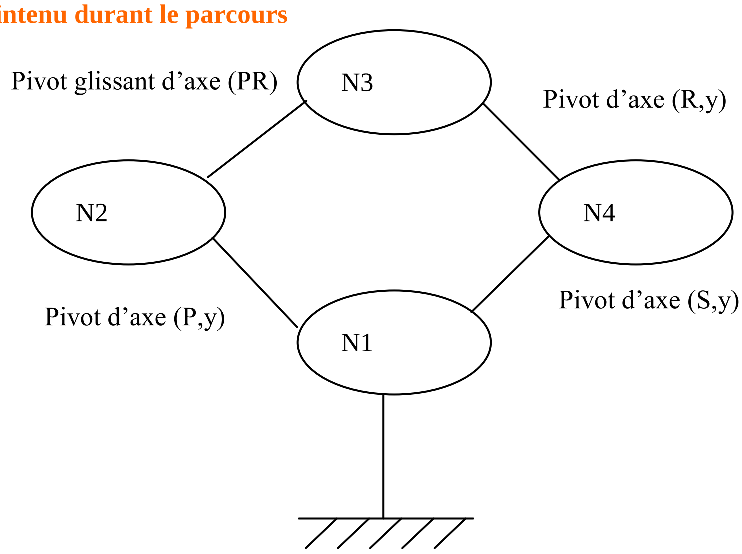
b) **et c) Cf DR4**



3. Amélioration de la sécurité

3.2 Etude de la fonction FC12 : être maintenu durant le parcours

Q 56 : Graphe des liaisons



Q 57 : Degré d'hyperstatisme

Méthode Statique

Nombre d'équations statiques

$Es = 6 \times 3 = 18$

Nombre de mobilités

$m_c = 1$

Nombre d'équations utiles (rang)

$Eu = Es - m_c = 17$

Nombre d'inconnues statiques

$Is = 5+4+5+5 = 19$

$h = Is - Eu = 2$ => **le système est hyperstatique d'ordre 2**

Méthode Cinématique

1 boucle => $Ec = 6$

Nombre d'inconnues cinématiques

$Ic = 5$

Nombre de mobilités

$m_c = 1$

Or

$h = m_c + 6 - I_c$ => **le système est hyperstatique d'ordre 2**

Q 58 : Conditions géométriques (Question Hors Programme ?)

Pour que le système fonctionne correctement il faut que l'axe de la liaison pivot glissant soit bien perpendiculaire à l'axe de la liaison pivot.

D'autre part, l'axe de la liaison pivot glissant doit être dans le plan de milieu de la liaison pivot. Plan (P,x,z).

Q 59 : Solutions isostatiques

Solution 1 :

Pour rendre le problème isostatique on peut remplacer les pivots d'axe (P,y) et (R,y) par 2 rotules. On a alors :

Nombre d'équations statiques

$Es = 6 \times 3 = 18$

Nombre de mobilités

$m_c = 3$ (1 mobilité utile + 2 mobilités internes)

Nombre d'équations utiles (rang des équations de statique)

$Eu = Es - m_c = 15$

Nombre d'inconnues statiques

$Is = 5+4+3+3 = 15$

$h = Is - Eu = 0$ => **le système est isostatique**

Solution 2 :

On peut aussi remplacer les pivots d'axe (P,y) et (R,y) par 2 rotules à doigt. On a alors :

Nombre d'équations statiques

$Es = 6 \times 3 = 18$

Nombre de mobilités

$\boldsymbol{m_c = 1}$

Nombre d'équations utiles

$Eu = Es - m_c = 17$

Nombre d'inconnues statiques

$Is = 5+4+4+4=17$

$h = Is - Eu = 0$ => **le système est isostatique**

Q60 :

Couple Cp

Il est plus simple de faire un croquis et de donner le moment scalaire de F_f /T = F_f x l_b cos45°

Q61 :

(lc) Longueur de la clavette (Résistance au cisaillement) (Question Hors Programme, on ne calcule jamais une clavette au cisaillement !)

L'effort tranchant : $T = \frac{1}{n}.\frac{Cp}{d/2}$ C'est aussi la résultante des actions de contact sur la clavette.

(Avec n : nombre de clavettes (ici 2) et d le diamètre de l'arbre)

lc doit être telle que : $\frac{T}{a.lc} < R_{pg}$ (a : largeur de la clavette)

On a donc $lc_{\min} = \frac{1}{n}.\frac{Cp}{d/2}.\frac{1}{a.R_{pg}} = \frac{1}{2}.\frac{90}{0.028/2}.\frac{1}{8.80} = 5mm$

Longueur de la clavette (Pression de matage). Critère à utiliser, il donne toujours une longueur de clavette plus grande.

La pression de matage vaut : $p = \frac{T}{lc.(b/2)}$ = T/S ; S est l'aire plane de la clavette qui sort de l'arbre. l_c est la longueur utile de la clavette, il faut rajouter les bouts arrondis éventuellement.

On a donc $lc_{\min} = \frac{1}{n}.\frac{Cp}{d/2}.\frac{1}{p_{ad}.(b/2)} = \frac{1}{2}.\frac{90}{0.028/2}.\frac{1}{30.(7/2)} = 30,6mm$

Le constructeur a choisi 50 mm de manière à conserver une « marge de sécurité ».

facteur de sécurité : $1.6 = \frac{50}{30}$

Une surface est dite « matée » quand la pression de contact admissible a été dépassée et qu'il existe donc une déformation permanente sur toute ou partie de la surface.