SESSION 2018

CONCOURS G2E

PHYSIQUE

Durée : 3h30

Les calculatrices sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation des différents schémas.

INTRODUCTION

La physique permet de mieux comprendre notre environnement naturel, et nous allons l'illustrer dans ce sujet à travers différents exemples.

La partie 1 aborde la montée de la sève dans les arbres, qui conduit l'eau et les éléments nutritifs jusqu'aux feuilles, fleurs et fruits. Certains arbres dans leur course vers le soleil comme les séquoias dépassent 100 mètres de hauteur, tandis que nombre d'arbres atteignent couramment les 30 mètres. Quel mécanisme est donc capable de faire monter la sève aussi haut ?

Dans la partie 2, on étudie une chute d'un homme amortie par ses jambes, et on estime la hauteur maximale de chute possible sans blessure.

La partie 3 traite de la vibration des branches selon un modèle mécanique simplifié d'oscillateur harmonique associé à un frottement fluide. Deux comportements sont étudiés :

- les oscillations libres, telles que celles provoquées par le départ d'un oiseau de la branche où il est perché

- les oscillations forcées, dues par exemple au vent soufflant en rafales périodiques.

Enfin, la 4ème partie montre quelques aspects de la vie des mammifères marins, protégés du froid par leur couche de graisse et leur réseau sanguin dit « formidable », et se repérant par écholocation.

L'accélération de la pesanteur g sera prise égale à 10 ms^{-2}.

1. Sève et eau dans un arbre

1.1. Pression à fournir pour faire monter la sève

1.1.1. Rappeler la valeur de la masse volumique de l'eau.

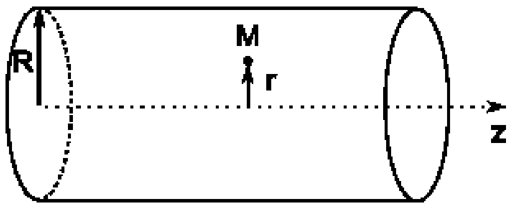
1.1.2. En assimilant la sève à de l'eau, fluide incompressible supposé statique dans cette question, déterminer la pression nécessaire pour maintenir la sève au sommet d'un arbre d'une hauteur de 30 mètres. Comparer le résultat à la pression atmosphérique. Commenter.

1.2. Écoulement dans un xylène

La sève s'écoule dans des canaux appelés xylènes, de rayon moyen 100 µm, à des vitesses de l'ordre du mètre par heure. La viscosité de la sève est prise égale à $\eta = 10^{-3}$ Pl.

1.2.1. Rappeler la définition du nombre de Reynolds d'un écoulement, et l'évaluer pour l'écoulement de la sève dans un xylène. Comment peut-on qualifier l'écoulement ?

1.2.2. On adopte le modèle de Poiseuille d'écoulement dans un tuyau cylindrique.



La vitesse est donnée par l'expression $\vec{v}(r) = \frac{-R^2}{4\eta}\frac{dp}{dz}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\overrightarrow{u_z}$, où $\frac{dp}{dz}$ est le gradient de pression, que nous admettons indépendant de z.

Montrer que le débit volumique dans le tuyau a pour expression $Q = \frac{-\pi R^4}{8\eta}\frac{dp}{dz}$

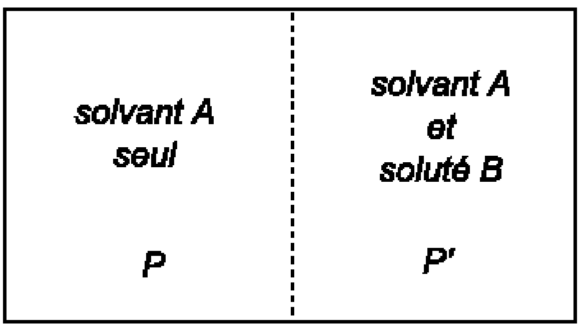
1.2.3. Pour une vitesse moyenne d'écoulement de 1m/heure, que vaut le début volumique Q ? En déduire la perte de charge lors de la montée dans l'arbre, et la comparer à la variation de pression hydrostatique évaluée au 1.1.2.

1.3. Pression osmotique

Les membranes des racines sont perméables à l'eau et imperméables aux constituants de la sève. L'eau extérieure aux racines va donc passer à travers la membrane pour rééquilibrer les concentrations en solutés, c'est l'osmose. Ce phénomène est à l'origine d'une pression par le bas qui contribue à faire monter la sève.

Le document ci-dessous rappelle son origine à partir de la notion de potentiel chimique. Les * signifient « corps pur », et les $_m$ signifient « molaire ».

On considère un récipient formé de deux compartiments, gauche et droite, de même volume V et de même température T, séparés par une membrane semi-perméable.
Le compartiment de gauche contient le solvant pur sous la pression P, et le compartiment de droite contient une solution supposée idéale d'un soluté B dans un solvant A à la pression P'. La membrane est perméable au solvant A mais imperméable à un soluté B.



La condition d'équilibre que doit vérifier le solvant est : $\mu_{A\ gauche} = \mu_{A\ droite}$

soit $\mu_A^*(P,T) = \mu_A^*(P',T) + RT \ln x_A$. *ou* $\mu_A^*(P',T) - \mu_A^*(P,T) = - RT \ln x_A$, avec R = 8.3 SI *or* $\mu_A^*(P',T) - \mu_A^*(P,T) = d\mu_A^* = V_m^* dP$

Pour une phase condensée, on suppose V_m^* *constant :* $\mu_A^*(P',T) - \mu_A^*(P,T) = V_m^*(P'-P)$ *si on note* $\pi = P' - P$, *alors* $\pi = -(RT \ln x_A) / V_m^*$.

Or $x_A < 1$, *donc* $\ln x_A < 0$, *et* $-RT \ln x_A > 0$, *donc* $\pi > 0$ *: il existe une surpression* π *(pression osmotique) dans le compartiment de droite. La pression osmotique est la pression minimum que l'on doit exercer pour empêcher le passage du solvant d'une solution moins concentrée à une solution plus concentrée, à travers une membrane semi-perméable.*

Si on suppose que la solution est peu concentrée et que la membrane est indéformable, on peut montrer que la pression osmotique est de la forme $\pi = n_B RT / V$ *où* n_B *est la quantité de matière du soluté B.*

1.3.1. On suppose que la solution sucrée est peu concentrée. Montrer en partant de l'expression $\pi = -(RT \ln x_A) / V_m^*$ que la pression osmotique peut se mettre sous la forme $\pi = n_B RT/V$ où n_B est la quantité de matière du soluté B. A quelle loi cette expression est-elle analogue ?

1.3.2. Pour de la sève d'érable, la concentration en sucre est environ égale à C = 10 g/L. Calculer numériquement la pression osmotique de la sève par rapport à l'eau du sol autour des racines pour l'érable. On donne la masse molaire du sucre : 300 g/mol. La température sera prise égale à 300 K.

1.3.3. A quelle hauteur la sève peut-elle monter sous l'effet de la pression osmotique ? Commenter.

1.4. Évaporation dans les stomates

La pression osmotique n'est pas suffisante pour permettre la montée de la sève dans les arbres les plus hauts. Le mécanisme principal est en fait la transpiration foliaire au niveau des stomates des feuilles, où 90% de l'eau de la sève s'évapore. L'eau évaporée est constamment remplacée par de l'eau en provenance des racines. L'énergie qui fait monter la sève est donc celle du Soleil et du vent qui diminuent la pression partielle en vapeur d'eau au voisinage des stomates.

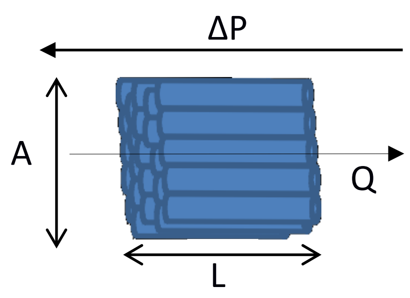
1.4.1. Expliquer la différence entre l'évaporation et la vaporisation. Pourquoi le vent favorise-t-il l'évaporation ?

1.4.2. En zone tempérée, un hectare de forêt émet dans l'atmosphère environ 25 tonnes de vapeur d'eau par jour durant une saison de végétation. Cela explique le rôle joué par les grandes formations végétales, notamment les forêts, sur le cycle de l'eau et sur le climat.
Comparer l'énergie nécessaire à cette évaporation à l'énergie solaire reçue pendant une journée au niveau de la surface de la planète dans les régions tempérées.
Données : Enthalpie de vaporisation de l'eau **:** 2 300 kJ/kg, flux solaire diurne au niveau du sol **:** Φ = 100 W/m², 1 Ha = 10 000 m².

1.5. Croissance de l'arbre, loi de Darcy

La loi de Darcy telle qu'elle a été formulée par Henry Darcy en 1856 dans son ouvrage les Fontaines publiques de la ville de Dijon, exprime le débit Q d'un fluide incompressible qui s'écoule en régime stationnaire au travers d'un milieu poreux de section A et de longueur L sous l'effet d'une différence de charge ΔP.

$$Q = K \frac{A}{\eta} \frac{\Delta P}{L}$$



Avec :

Q : le débit volumique (m^3/s) filtrant,

K : la perméabilité du milieu poreux,

A : la surface de la section étudiée (m^2),

ΔP : la pression motrice aux bornes du milieu poreux,

L : la longueur de l'échantillon.

1.5.1. Quelle est l'unité de K ?

1.5.2. Donner l'expression de perméabilité K pour un milieu poreux modélisé par des tubes horizontaux parallèles de section s toutes identiques. On considérera que le nombre de tuyaux mis en jeu dans une surface d'aire A est β A/s, et dans chaque tuyau la loi de Poiseuille est vérifiée. Comment se nomme le paramètre β ?

1.5.3. On considère comme au 1.4.2 une surface du sol de 1 Ha, dans laquelle les racines puisent environ 25 tonnes d'eau par jour. En admettant que les racines des arbres exploitent toute la surface du sol, et en supposant que le gradient de pression motrice a pour valeur 0.1 ρg, estimer K. On ne prendra pas en compte les effets de pesanteur au niveau des racines car ils sont inclus.

2. Résistance des os

Les os sont des solides légèrement élastiques, pouvant se briser en cas de contraintes trop importantes. Nous allons étudier la résistance des os de la jambe d'un homme, à son poids, puis à des chutes rigides ou amorties.

L'homme est modélisé de façon simplifiée par un corps de masse m = 100 kg, porté par ses deux jambes, dont on négligera la masse. La section des os constituant une jambe est estimée à 20 cm².

2.1 Les os doivent supporter le poids

Considérons un os de longueur L et de section S. Lorsqu'on exerce une force longitudinale F sur lui, sa longueur varie un petit peu, d'une longueur ΔL, donnée par la loi suivante dite loi de Hooke : $F = ES\ \Delta L/L$.

E est une constante de proportionnalité, appelée module de Young, et sera prise égale à 20 Gpa.

On considère que l'os peut se briser si $\Delta L/L$ atteint $10^{-3.}$ Montrer que l'homme ne risque pas de briser ses jambes en se tenant debout.

2.2 Chute corps raidi

Imaginons qu'un homme fasse une chute d'une hauteur d'une hauteur H, et atterrisse jambes tendues.

2.2.1. Quelle est la variation d'énergie potentielle de pesanteur de l'homme ?

2.2.2. Déterminer la raideur équivalente k d'un os modélisé par la loi de Hooke.

2.2.3. A l'atterrissage, l'énergie potentielle de pesanteur se transforme en énergie potentielle élastique. Déterminer la compression relative $\Delta L/L$ des os en fonction de H. Quelle hauteur de chute cet homme peut-il supporter jambes tendues ? AN pour L = 1 m. Commenter.

2.3. Chute amortie par flexion des jambes

Les muscles constituent un système amortisseur, comme l'illustre la photo ci-dessous.

Pour simplifier, on traite le cas d'une chute purement verticale dans les questions ci-dessous.

2.3.1. Un homme de masse m fait un saut d'une hauteur H (son centre de gravité descend d'une hauteur H). En négligeant les frottements de l'air, déterminer sa vitesse verticale v_0 à l'arrivée en fonction de H et g.

Dans les questions suivantes, on n'appliquera pas de raisonnement en énergie car la deuxième phase du mouvement étudié est dissipative.

2.3.2. Lorsque l'homme touche le sol, sa vitesse est v_0. Il plie ensuite ses jambes, et l'altitude de son corps varie d'une distance d, correspondant environ à la longueur des jambes tendues. Le sol exerce alors sur lui une réaction R_N vers le haut, jusqu'à l'arrêt.
Exprimer la durée de cette décélération en fonction de v_0, R_N, m et g.

2.3.3. La phase d'arrêt correspond à un abaissement du centre de gravité de d. Calculer d en fonction de v_0, R_N, m et g.

2.3.4. La tension supportable par les tibias avant rupture est prise égale à dix fois le poids, soit

R_N = 10 mg. En déduire la hauteur maximale de chute possible sans fracture. AN pour d = 80 cm.

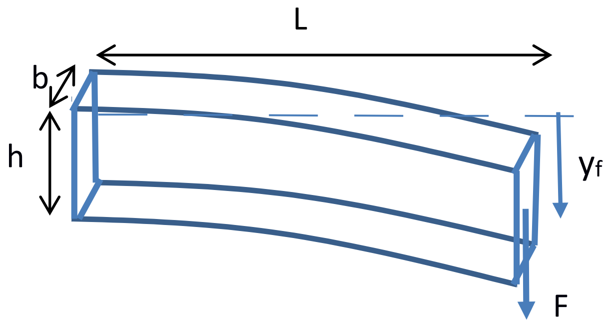
3. BRANCHE EN VIBRATION

3.1. Oscillation libre d'une branche horizontale

Le bois est un matériau à la fois résistant et souple : on peut le déformer sans le casser, il est élastique.

On modélise une branche rectiligne horizontale, que l'on suppose encastrée dans le tronc d'un arbre, comme une poutre de section rectangulaire de largeur b, de hauteur h et de longueur L. La section de la poutre a une aire S = b h.
E est le module de Young du bois défini dans la loi longitudinale énoncée au 2.1 ci-dessus. On prendra pour le bois de chêne E = 10 GPa dans le sens du fil du bois, et une masse volumique ρ=800 kg/m³.

Au repos la fibre est horizontale, on ne tient pas compte de son poids. Quand on applique une force verticale transverse F_y à son extrémité libre, celle-ci est déformée et son extrémité se déplace verticalement dans la direction verticale de y_f déplacement que l'on appelle la flèche. On admettra que : $\vec{F} = -K y_f \overrightarrow{u_y}$ avec $K = \frac{Ebh^3}{4L^3}$, où E est le module de Young défini pour les contraintes longitudinales.



3.1.1. Le bois est-il un matériau isotrope ? La constante E dans le sens perpendiculaire au fil du bois est-elle comparable à la constante E dans le sens du fil ? Pensez-vous qu'elle soit plus grande ou plus petite ?

3.1.2. La constante de raideur du ressort équivalent à la branche (du point de vue de son déplacement vertical à l'extrémité de la branche) est K. Calculer sa valeur pour L = 2 m , b = h = 3 cm.

3.1.3. Quelle est l'énergie potentielle élastique associée ?

3.1.4. Rappeler l'expression de l'énergie cinétique d'un objet ponctuelle de masse M et de vitesse v. Justifier que la vitesse du centre de gravité de la branche est environ égale à $\frac{1}{2}\frac{dy_f}{dt}$.

En considérant que l'énergie cinétique de la branche est égale à celle du centre de gravité affectée de toute la masse, justifier que l'énergie cinétique de la branche de masse M s'écrit $\frac{1}{8}M\left(\frac{dy_f}{dt}\right)^2$.

3.1.5. Écrire la conservation de l'énergie puis la dériver pour en déduire l'équation du mouvement. Donner l'expression de la fréquence propre de vibration de la branche. Faire l'AN approchée.

3.1.6. Modifier l'équation précédente en tenant compte des phénomènes dissipatifs dont on supposera qu'ils sont modélisés par une force proportionnelle à la vitesse : $\vec{f} = -\lambda \frac{dy_f}{dt}\overrightarrow{u_y}$.

On présentera l'équation sous la forme $\frac{d^2y_f}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dy_f}{dt} + \omega_0^2 y_f = 0$

en exprimant ω_0 et Q en fonction de M, K et λ.

3.1.7. On s'intéresse à la solution en régime critique d'oscillations amorties.

a. Qu'est-ce qui distingue le régime critique des deux autres régimes d'amortissement ? Illustrer votre réponse par des allures de graphiques.

b. Retrouver la valeur du facteur de qualité Q en régime critique.

c. Écrire la solution analytique, en faisant intervenir deux constantes d'intégration. Qu'est-ce qui détermine ces constantes ?

3.2. Oscillation forcée d'une branche horizontale sous l'effet du vent

On ne tient toujours pas compte du poids de la branche. Les rafales du vent que l'on modélise comme périodiques et sinusoïdales mettent la branche en oscillation, l'équation prend ainsi la forme $\frac{d^2y_f}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dy_f}{dt} + \omega_0^2 y_f = A\cos(\omega t)$.

La valeur du facteur de qualité est toujours celle du régime critique.

3.2.1. Donner, en la justifiant, l'unité de la quantité A.

3.2.2. On cherche une solution sous la forme $y_f = y_{f0}\cos(\omega t+\varphi)$. Donner l'expression de y_{f0} en fonction de A, ω, ω_0 et Q.

3.2.3. Peut-on voir un phénomène de résonance apparaître ?

4. Mammifères marins

4.1 Régulation thermique

4.1.1. Couche de graisse

Un grand dauphin pèse en moyenne 150 kg et mesure en moyenne 3 mètres de long. Il mange en moyenne 5 kg de poisson par jour, dont l'apport énergétique moyen est de 100 kcal pour 100 g de poisson (1 kcal = 4 kJ). Sa température interne est de 36°. Il est isolé de l'eau par une couche de graisse de conductivité thermique $\lambda_g = 0{,}2\ W.m^{-1}.K^{-1}$.

En détaillant vos hypothèses et les étapes de votre raisonnement, estimer l'épaisseur moyenne de la couche de graisse d'un grand dauphin. On pourra assimiler le dauphin à un cylindre, et utiliser la résistance thermique de la couche de graisse.
Remarque : il est possible que certaines données du texte ci-dessus soient inutiles. Il est également possible que certaines valeurs numériques utiles à la résolution soient manquantes ; vous les estimerez alors avec bon sens.

4.1.2. Adaptations vasculaires

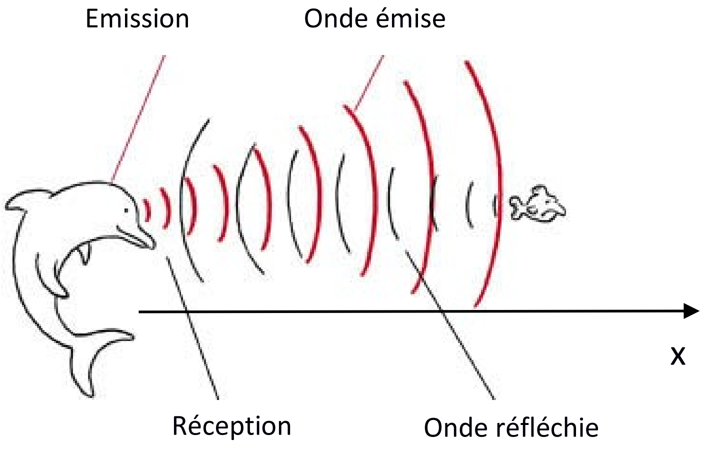
Les adaptations les plus extraordinaires chez les mammifères marins pour maintenir leur température corporelle sont sans doute les adaptations vasculaires. Ces adaptations contrôlent les pertes de chaleur en agissant sur la circulation du sang.
Le « réseau admirable », est un système d'échange de chaleur à contre-courant. Ces réseaux se retrouvent principalement dans les régions peu isolées comme les nageoires pectorales, dorsales et caudales des cétacés, les pattes des pinnipèdes et la nageoire caudale des siréniens. Ils sont formés d'artères, chacune entourée de plusieurs veines.

Comment ça fonctionne ? Comme ces appareils domestiques qui combinent échange d'air et récupération de chaleur. La chaleur du sang des artères (qui part des organes internes et se dirige vers les extrémités) est récupérée par le sang des veines (qui part des extrémités et se dirige vers les organes internes). De cette façon, le sang qui atteint les capillaires à la surface du corps est déjà refroidi, limitant les pertes de chaleur du corps vers l'environnement.
Parallèlement, le sang qui revient des capillaires de la surface du corps et qui atteint les organes est réchauffé et risque moins d'abaisser la température interne du corps.

Illustrer par un ou plusieurs schémas le fonctionnement du réseau admirable décrit dans ce document. On indiquera en particulier les échanges thermiques, entre vaisseaux sanguins, ainsi qu'entre les vaisseaux et le milieu extérieur.

4.2 Écholocation

Les dauphins et leurs cousins cétacés ont développé une utilisation très particulière des ondes sonores : l'écholocation. Le principe est exactement le même que celui du sonar, utilisé par les hommes pour la localisation sous-marine : il s'agit d'émettre un signal sonore en direction d'une cible (une proie ou un obstacle) et d'en capter l'écho pour en déduire des informations sur cette cible.



La célérité des ondes sonores dans l'eau est c=1500 m/s. Les trains d'onde émis par les dauphins pour l'écholocation ont une fréquence moyenne de f_0=75 kHz et une durée moyenne Δt=100 µs.

4.2.1. Déterminer la longueur d'onde λ_0 des clics ainsi que leur étendue spatiale Δx.

4.2.2. Pour une cible située à 100 m, évaluer la précision relative sur la durée d'un aller-retour de l'onde sonore.

4.2.3. Le signal réfléchi est d'amplitude plus faible que le signal émis. Pour quelles raisons ?

Dans la suite, on négligera l'amortissement.

4.2.4. Si le poisson s'éloigne, la fréquence du signal reçu est-elle plus grande, plus petite, ou égale à la fréquence du signal émis ? Comment se nomme cet effet ?

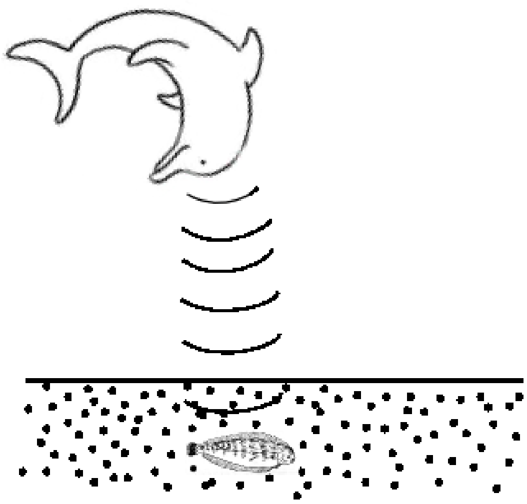
Pour modéliser le phénomène précédant, on considère que le dauphin est statique, et émet selon les x croissants une onde sonore $p_0(x,t) = A\cos(\omega_0 t - k_0 x)$. Le poisson cible se déplace à la vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_x}$ et sa position initiale est notée x_0.

4.2.5. Que représentent ω_0 et k_0 ? Les relier à la fréquence et à la longueur d'onde de l'onde incidente. Quelle est la relation entre k_0 et ω_0 ?

4.2.6. Écrire l'expression analytique du signal sonore $p_1(t)$ perçu par le poisson cible. En déduire sa fréquence f_1.

4.2.7. Le poisson est alors une source mobile émettant à la fréquence f_1. Quelle est la fréquence du signal perçu par le dauphin ? Donner le résultat sans le démontrer rigoureusement, mais en donnant une courte justification.

Le dauphin obtient ainsi des informations sur la distance et le mouvement des autres animaux marins qui l'entourent. Les ondes sonores peuvent également permettre à certaines espèces de localiser des proies cachées sous le sable.



Les coefficients de réflexion et de transmission en énergie entre deux milieux ont pour expression
$R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}\right)^2$ et $T = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1+Z_2)^2}$

où Z_1 et Z_2 sont les impédances acoustiques des milieux 1 et 2.

Un dauphin émet un clic d'intensité acoustique I_0. Déterminer l'intensité de l'écho sur le poisson parvenant au dauphin en fonction des impédances de l'eau, du sable et du poisson, respectivement notées Z_e, Z_s, et Z_p.