SESSION 2015

CONCOURS G2E

PHYSIQUE

Durée : 3 heures 30

Les calculatrices sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation de la copie.

Dans tout le sujet, l'accélération de la pesanteur sera prise égale à $g = 10\ m.s^{-2}$.

A. LA RADIOACTIVITÉ

1. Généralités

La désintégration nucléaire des noyaux correspond à une cinétique d'ordre 1 de constante de vitesse ou constante radioactive λ.
On note N_0 le nombre de noyaux présents initialement dans un échantillon et $N(t)$ le nombre de noyaux présents à l'instant t.

1.1. Écrire l'équation différentielle satisfaite par N(t) et en déduire N(t) en fonction de λ, N_0 et de t.

1.2. Déterminer l'expression de la période radioactive T ou durée de demi-vie.

1.3. La vitesse de désintégration ou activité de l'échantillon, à l'instant t, est notée A(t).
Montrer que $A(t) = A_0\, 2^{-p}$ où $p = t/T$ est le nombre de périodes.

2. Cas d'une roche volcanique

Dans certaines roches volcaniques, on décèle la présence de potassium 40 de symbole ${}^{40}_{19}K$, élément radioactif qui se désintègre en donnant de l'argon 40 de symbole ${}^{40}_{18}Ar$.
Lors d'une éruption volcanique tout l'argon produit s'évapore et la lave solidifiée ne contient pas d'argon. La date de cette éruption est prise comme origine des temps (t=0), et aujourd'hui, à l'instant t, un géologue effectue un prélèvement sur le site du volcan, en vue de déterminer la date de l'éruption.
La composition massique de l'échantillon est :

m_K= 1,57 mg de potassium et m_{Ar} = 82 µg d'Argon

On note N_0 le nombre d'atomes de potassium contenus dans cet échantillon à l'instant t=0.
On donne : T = 1,9 Gans pour le potassium 40 et le nombre d'Avogadro : $\aleph_A = 6\text{x}10^{23}\ mol^{-1}$.

2.1. Calculer le nombre $N_K(t)$ d'atomes de potassium et le nombre $N_{Ar}(t)$ d'atomes d'argon présents dans l'échantillon à la date t du prélèvement. En déduire N_0.

2.2. Déterminer la valeur de t.

3. Centrale nucléaire

Dans un réacteur nucléaire, le combustible est de l'uranium, enfermé dans une gaine en zirconium, cylindrique de rayon R = 1cm, de longueur L = 4 m et d'épaisseur négligeable. L'ensemble uranium-gaine constitue un « crayon ». L'uranium contenu dans chaque « crayon » dégage une puissance volumique φ = 200 MW.m^{-3}.

La température extérieure d'un « crayon » est maintenue constante à T_e = 600 K, et on se place en régime permanent, à savoir qu'en tout point M du « crayon », la température ne dépend plus du temps. On suppose également qu'elle dépend uniquement de la distance r = OM du point M à l'axe du cylindre.

La loi de Fourier s'écrit ici : $\vec{j}_Q = -\lambda \dfrac{dT}{dr} \vec{u}_r$ où $\vec{u}_r$ est le vecteur unitaire radial associé aux coordonnées cylindriques d'axe Oz. On donne λ = 3 SI.

3.1. Donner l'unité de λ dans le système international (S.I.).

3.2. Établir, à partir d'un bilan thermique dans la couche d'uranium de rayon r, l'équation différentielle vérifiée par T(r).
On montrera qu'elle se met sous la forme : $\dfrac{dT}{dr} = -A\,r$ où A est une constante à déterminer.
Pour la suite, on prendra $A = 3.33.10^7\ m^2.K$.

3.3. Déterminer la loi T(r) en fonction de R, φ , λ et r.

3.4. Calculer la température maximale d'un barreau.

3.5. La température de fusion du combustible est T_f = 2900 K.
Quelle est la valeur limite R_{lim} du rayon du cylindre au-delà de laquelle la fusion du combustible risque d'intervenir ?

3.6. La valeur de R = 1 cm est-elle bien choisie ?

3.7. Calculer le flux thermique $\Phi(R)$, traversant la surface latérale de la gaine en zirconium.

3.8. La centrale nucléaire produit une puissance électrique de 1,3 GW. Elle fonctionne selon un cycle de Carnot réversible ; la température de la source chaude constituée par l'uranium est T_C = 600 K et celle de la source froide est T_F = 313 K.

3.8.1. Calculer le rendement de cette centrale.

3.8.2. Le rendement réel est de 37%.
Quelle est la puissance thermique Φ_C cédée par la source chaude ?

3.8.3. En déduire le nombre de « crayons » contenus dans le cœur du réacteur nucléaire.

B. LA CIRCULATION SANGUINE

1. Détermination du volume sanguin

On désire mesurer le volume sanguin, V, d'un patient à l'aide d'un sérum marqué au techénium 99 de symbole $^{99}_{43}Tc$. Il provient de la désintégration du molybdène 99 de symbole $^{99}_{42}Mo$.

1.1. Écrire l'équation de la réaction de désintégration.

1.2. De quel type de désintégration s'agit-t-il ?

1.3. Le sérum possède une activité A_0=8000 Bq par mL à l'instant initial t = 0.
On injecte dans le sang un volume v_0 = 5 mL de sérum. La dilution est homogène et rapide.
On prélève aussitôt, un volume v = 1 mL de sang et on mesure une activité de 10 Bq.

1.3.1. Déterminer l'activité initiale a_0 du prélèvement en fonction de A_0, V et v_0.

1.3.2. En déduire le volume sanguin V du malade.

2. Cœur artificiel

La figure 1 schématise le fonctionnement d'un cœur artificiel.

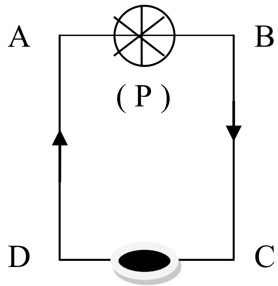

Figure 1

Ce dispositif, destiné à remplacer la partie gauche du cœur, fonctionne dans un plan horizontal.
On note :

- (P) : la pompe.
- (DA) : la veine et (BC) : l'aorte.
- (CD) : les capillaires

On donne :

- Diamètres : d_A = 1,4 cm et d_B = 2 cm.
- Pressions : P_A = 79 mbar et P_B = 171 mbar.
- Masse volumique du sang : μ = 1055 kg.m^{-3}.
- Débit volumique du sang : $\mathcal{D}_v$ = 5 L.min^{-1}.

2.1. On supposera que le sang est un liquide parfait.

2.1.1. En utilisant le Premier Principe Industriel, déterminer le travail massique que reçoit le sang en fonction de μ, des pressions P_A et P_B, et des vitesses v_A et v_B.

2.1.2. Donner l'expression de ce travail en fonction du débit, des pressions, des diamètres et de la masse volumique.

2.1.3. En déduire la puissance de la pompe.

2.2. La pompe est utilisée pour irriguer le système vasculaire composé d'un réseau de N capillaires reliant l'aorte à une veine. Dans la partie contenant les capillaires, on ne peut pas négliger la viscosité du sang qui vaut η = 5 mPℓ.

2.2.1. Sachant que la vitesse moyenne du sang dans l'aorte est $\langle v \rangle_a$ = 27 cm.s^{-1}, le régime d'écoulement est-il rampant, laminaire ou turbulent ?

2.2.2. Les capillaires sont séparés les uns des autres et supposés parallèles, horizontaux et cylindriques, de longueur L= 2 cm et de rayon r = 10 µm. L'écart de pression entre leurs deux extrémités étant proche de (P_B-P_A), calculer la vitesse moyenne $\langle v \rangle_c$ du sang dans un capillaire.

2.2.3. En déduire le nombre de capillaires.

3. Sédimentation

On étudie la sédimentation d'un globule rouge dans le plasma sanguin, sous l'effet de la pesanteur. On choisit un axe Oz descendant pour repérer sa position.
Le globule rouge est sphérique, de rayon R = 2 µm et de masse volumique μ_0 = 1300 kg.m^{-3} ; la force de frottement qu'il subit, suit la loi de Stokes.
Le plasma, de masse volumique μ=1055 kg.m^{-3} et de viscosité η = 5 mPℓ, se trouve dans un tube à essais de hauteur H=5 cm.

3.1. Déterminer l'équation différentielle du mouvement du globule, satisfaite par sa vitesse v_z.

3.2. Montrer qu'il existe une vitesse limite, notée v_∞.

3.3. On suppose que cette vitesse limite est atteinte très rapidement. Calculer la durée de la sédimentation.

3.4. Nous étudions maintenant le mouvement dans une centrifugeuse qui tourne à la vitesse angulaire ω = 12 000 tours.min^{-1} autour d'un axe vertical, le rayon de giration étant ρ = 6 cm. Dans la centrifugeuse, le globule rouge n'est plus soumis à l'accélération de la pesanteur g, mais à l'accélération $\gamma = \omega^2\rho$.

3.4.1. Donner la nouvelle expression de la vitesse limite.

3.4.2. En déduire la nouvelle durée de sédimentation.

C. LA DISTRIBUTION D'EAU

Dans cette partie, on considère l'eau comme un liquide parfait de masse volumique $\mu = 10^3 kg.m^{-3}$.

1. Une commune

Une commune se compose de deux parties :

- Une Ville Basse (VB) située sur une plaine horizontale.
- Une Ville Haute (VH) située sur un plateau horizontal, dont l'altitude est H = 50 m par rapport à la plaine.

On désire assurer la distribution de l'eau potable dans les deux parties de la commune en construisant un château d'eau situé sur la partie haute.
La différence entre les pressions de l'eau dans les conduites et l'atmosphère doit être inférieure à 8 bars, pour éviter de détériorer certains appareils ménagers, et supérieure à 1,5 bar pour assurer un débit suffisant.

1.1. À quelle hauteur au-dessus du sol de la (VH) doit-on maintenir la surface libre de l'eau dans le réservoir du château d'eau pour se trouver juste à la limite des 8 bars en (VB) ?

1.2. À quelle hauteur maximale, en (VH), peut-on alors installer un robinet avec un débit suffisant ?

1.3. L'eau vient d'un canal situé au niveau de (VB) et doit être élevée à l'aide d'une pompe.

1.3.1. La commune compte 2000 foyers qui consomment chacun en moyenne 500 L d'eau par jour. Calculer le travail nécessaire pour élever l'eau consommée en une journée.

1.3.2. En déduire la puissance moyenne du moteur sachant que la pompe fonctionne, par intermittence, 10 h par jour, et que son rendement est de 80%.

2. Le moteur de la pompe

Du point de vue électrique, le moteur peut être modélisé par un dipôle (R ; L) série. Il est alimenté par le réseau EDF triphasé : fréquence ν = 50 Hz et tension efficace U_e = 380 V.
On mesure l'intensité efficace du courant I_e= 92 A et le déphasage entre le courant et la tension φ=0.64 rad.

2.1. Préciser qualitativement si le courant est en avance ou retard sur la tension.

2.2. Déterminer la valeur Z du module de l'impédance du moteur, puis celles de R et L.

3. Capteur de niveau d'eau

On désire connaitre le niveau du liquide dans le château d'eau.
Pour cela on l'équipe d'un capteur optique schématisé sur la figure 2.

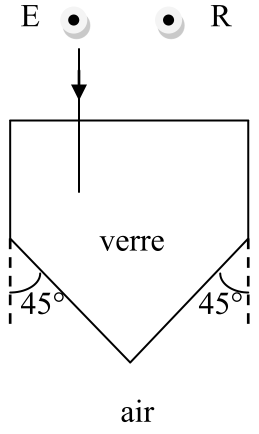

Figure 2

L'émetteur (E) est un faisceau laser et le récepteur (R) une photodiode.
Cette dernière fournit un signal électrique lorsqu'elle reçoit de la puissance lumineuse.
L'indice du verre est $n = 1,5$; celui de l'air est 1.

3.1. Montrer que le faisceau laser se réfléchit totalement sur les faces et ressort en (R).

3.2. À la place de l'air, il y a maintenant de l'eau d'indice $n' = 1,33$.
Le récepteur (R) reçoit il toujours de la lumière ?

3.3. Expliquer comment utiliser ce dispositif pour connaitre le niveau de remplissage du château d'eau.

4. Le canal

Le canal, à fond horizontal, est rectiligne sur une grande longueur.
Il possède une section rectangulaire de largeur L et de profondeur h.
L'écoulement est stationnaire et sa vitesse v est uniforme sur cette section droite.

4.1. Exprimer le débit volumique $\mathcal{D}$ à travers une section du canal en fonction de L, h et v.

4.2. Montrer que la quantité : $h + \frac{v^2}{2\,g}$ est une constante le long du canal. On la notera h_0.

4.3. Exprimer $\mathcal{D}$ en fonction de h, g, L et h_0.
Pour L et h_0 fixées, donner l'allure de la courbe de $\mathcal{D}$ en fonction de h.
Préciser la valeur maximale $\mathcal{D}_{max}$ et la hauteur critique h_C correspondante.

4.4. On se place dans le cas où $\mathcal{D} < \mathcal{D}_{max}$.
Justifier qu'il existe deux valeurs possibles h_1 et h_2 de h, avec $h_1 < h_C < h_2 < h_0$, l'une correspondant au régime torrentiel, et l'autre au régime fluvial.

5. Le tube de Pitot

Un tube de Pitot schématisé sur la figure 3, est plongé dans l'eau du canal dont on veut évaluer la vitesse locale v. Il possède deux ouvertures : l'une située en M et l'autre en N.
On négligera la différence d'altitude entre M et N. Ces ouvertures sont reliées par un tube vertical en **U** contenant un liquide plus dense que l'eau, de masse volumique μ'.

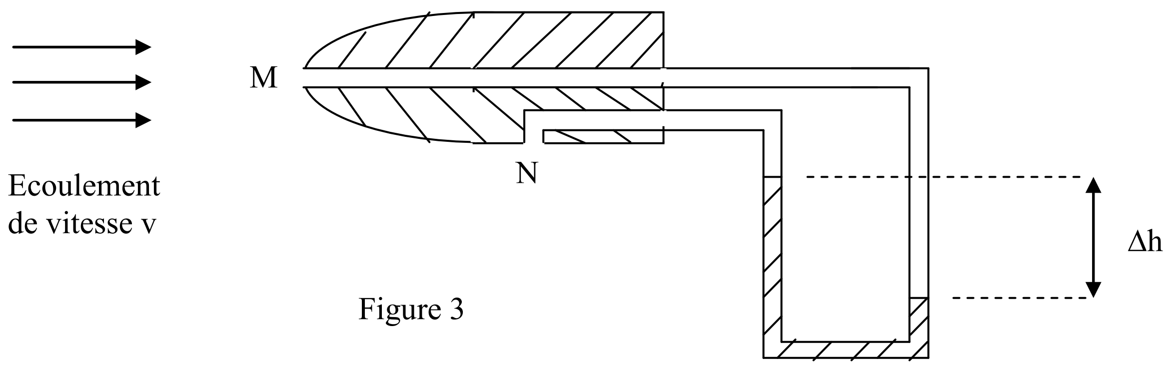

Figure 3

5.1. Que peut-on dire de la vitesse au point M ?
En déduire la vitesse de l'écoulement en fonction de μ et de $\Delta P = P_M - P_N$

5.2. Exprimer ΔP en fonction de Δh, g et μ'.

5.3. En déduire l'expression de la vitesse v en fonction de Δh, g et de la densité $d = \frac{\mu'}{\mu}$.