SESSION 2013

CONCOURS G2E

PHYSIQUE

Durée : 3 heures 30

Les calculatrices sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation des différents schémas.

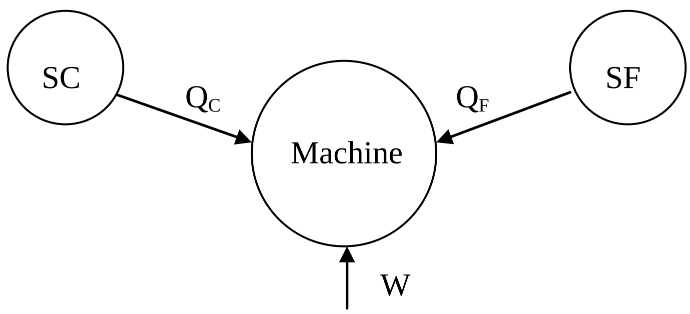
Au quotidien, nous utilisons l'énergie sous différentes formes et avec différents appareils.
Dans ce problème, nous allons nous intéresser au fonctionnement de machines motrices et réceptrices dont le rôle est de transformer une forme d'énergie en une autre, notamment mécanique et thermique, et bien sûr électrique.

La machine thermique imaginée par Carnot en 1824 fonctionne, de façon cyclique, au contact de deux thermostats appelés aussi sources de chaleur dont la température est considérée comme constante.
L'objectif de Carnot fut d'optimiser le rendement et l'efficacité de ces machines.

Les notations utilisées sont les suivantes :

- W : transfert mécanique ou travail échangé entre la machine et l'extérieur.
- Q : transfert thermique ou chaleur échangée entre la machine et l'extérieur.
- SC : source chaude à la température T_C. Elle échange la chaleur Q_C avec la machine.
- SF : source froide à la température T_F. Elle échange la chaleur Q_F avec la machine.

Par convention $T_C > T_F$.



W, Q_C et Q_F seront donc positifs lorsque la machine reçoit de l'énergie et négatifs lorsqu'elle cède de l'énergie à l'extérieur.

A. MACHINES THERMIQUES ET PRINCIPES DE LA THERMODYNAMIQUE

1. Préciser les signes de W, Q_C, Q_F pour le fonctionnement de trois types de machines : moteur (M), réfrigérateur (RF) et pompe à chaleur (PAC).
2. Définir, en fonction de Q_C, Q_F et W, le rendement η du moteur, ainsi que les efficacités e_{RF} et e_{PAC} du réfrigérateur et de la pompe à chaleur.

3.1 Si l'évolution des machines est réversible, exprimer les relations données par les deux principes de la thermodynamique. On rappelle que chaque machine fonctionne de façon cyclique.

3.2 En déduire, dans cette évolution réversible, le rendement de Carnot η_C et les efficacités e_{RF} et e_{PAC} en fonction des températures.

4. On suppose maintenant un fonctionnement irréversible du moteur.

4.1 On note σ l'entropie créée. Quel est le signe de cette quantité ?

4.2 Que devient l'expression du second principe ?

4.3 Montrer que la nouvelle expression du rendement du moteur s'écrit : $\eta = \eta_C - \sigma T_F / Q_C$.
Ce rendement est il plus grand ou plus petit que η_C ?

4.4 Au cours d'un cycle moteur, une masse donnée de gaz échange le travail W = - 15 kJ/cycle.
Le degré d'irréversibilité, défini par $r = \eta/\eta_C$, vaut 0,94. On donne T_C = 1450 K et T_F = 290 K.
Calculer les transferts thermiques Q_C et Q_F échangés au cours d'un cycle ainsi que la valeur de σ.

B. CHAUFFAGE D'UNE HABITATION

On souhaite maintenir la température d'une habitation (H) à la température T_H = 293 K, alors que la température de l'extérieur (E) est égale à T_E = 273 K.
Pour cela on doit fournir à la maison la puissance thermique Φ = 12 kW qui correspond aux pertes thermiques.
On propose dans cette partie de comparer différents procédés de chauffage.

1. On chauffe directement la maison en utilisant du bois comme combustible.
Déterminer la masse m_B de bois consommée par heure sachant que le pouvoir calorifique du bois est :

$$q_B = 18 \text{ MJ/kg}.$$

2. On utilise maintenant une PAC fonctionnant réversiblement.

2.1 Calculer l'efficacité e_1 de la PAC.

2.2 En déduire la puissance électrique du moteur alimentant la PAC.

3. On imagine maintenant que le bois est utilisé pour maintenir la température T = 573 K, d'un réservoir (R) qui sert de SC à un moteur dont la SF est constituée par l'habitation (H).
Le travail fourni par le moteur est intégralement transformé en énergie électrique.
Celle-ci sert à alimenter une PAC fonctionnant réversiblement entre (H) qui sert de SC et (E) qui sert de SF.
Le schéma de fonctionnement est celui de la figure 1.
On note Q la quantité de chaleur fournie par le bois et transmise au moteur par l'intermédiaire du réservoir.

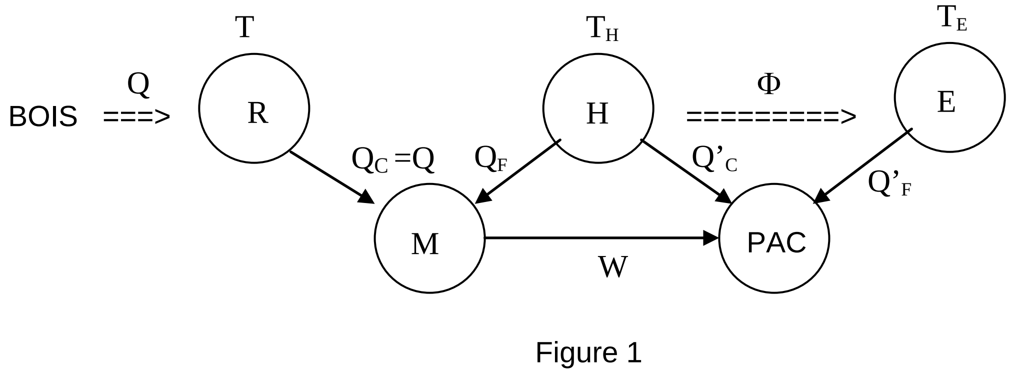


Figure 1

3.1 Préciser les signes de Q_C, Q'_C, Q_F, Q'_F et de W.

3.2 Exprimer, en fonction de Q et des températures, la chaleur Q_H reçue par l'habitation de la part des deux machines (M et PAC), qui fonctionnent de façon réversible.

3.3 En déduire la masse m'_B de bois consommée par heure. Comparer m'_B et m_B.

4. Le fluide utilisé à l'intérieur de la PAC est de l'air assimilé à un gaz parfait, auquel on fait décrire un cycle réversible ABCDA formé de deux isentropiques (AB et CD) et de deux isobares (BC et DA).

4.1 Tracer l'allure du cycle dans un diagramme P en fonction de V.

4.2 On donne P_A = 10 bars, T_A = 293 K, P_C = 1 bar, T_C = 273 K. Calculer T_B et T_D si γ = 1,4.

4.3 Exprimer l'efficacité e_2 de la PAC en fonction des quatre températures, puis calculer cette efficacité.
La comparer à e_1.

C. ÉTUDE D'UN CONGÉLATEUR

On s'intéresse maintenant au fonctionnement d'un congélateur domestique placé dans une cuisine où la température ambiante T_C = 298 K est constante.

1. Pour étudier les échanges de chaleur entre l'extérieur et l'intérieur du congélateur, on débranche ce dernier. La température intérieure initiale est T_F = 268 K.
Au bout d'une durée Δt = 6 h, cette température passe à la valeur T_F' = 273 K.
La puissance reçue de l'extérieur est de la forme : $\Phi(t) = -\, a\, C\, [T(t) - T_C]$ où T(t) est la température dans le congélateur à l'instant t, C = 500 kJ/K la capacité thermique du congélateur et a une constante.

1.1 Préciser le signe et l'unité S.I. de la constante a.

1.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par T(t).

1.3 En déduire la loi T(t).

1.4 Compte tenu de la valeur de T_F', déterminer la valeur numérique de a en h^{-1}.

1.5 Le congélateur a une efficacité e = 3.
Exprimer en fonction de a, C, e, T_C et T_F, puis calculer la puissance à fournir au moteur pour maintenir la température dans le congélateur, constante et égale à T_F.

2. Le congélateur est de forme parallélépipédique, de surface totale S = 4 m² et les parois ont une épaisseur moyenne L = 4 cm.
L'isolant est du polystyrène de conductivité thermique λ = 0,04 $Wm^{-1}K^{-1}$.

2.1 On se place en régime permanent et unidimensionnel et on considère un axe Ox traversant l'épaisseur de la paroi et orienté vers l'intérieur.
A l'abscisse x, la température est notée T(x), x variant de 0 à L.
Montrer que la température dans l'isolant vérifie l'équation différentielle : $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$.

2.2 En déduire que T(x) = A x + B. Préciser les constantes A et B.

2.3 Exprimer la densité de flux thermique j_Q et la puissance thermique Φ reçue par le congélateur.

2.4 Définir la résistance thermique $\mathfrak{R}$ en fonction de Φ, T_C, T_F et préciser son unité.

2.5 Retrouver la valeur de la constante a.

3. Pour conserver les produits de la mer dans une chambre froide, un mareyeur utilise un congélateur qui fonctionne réversiblement avec de l'ammoniac.
La figure 2 présente le cycle décrit ; la courbe correspondante est représentée en coordonnées (T, S).
L'ammoniac est tantôt sous forme vapeur assimilée à un gaz parfait, tantôt sous forme liquide ; la courbe de saturation est représentée en pointillés.

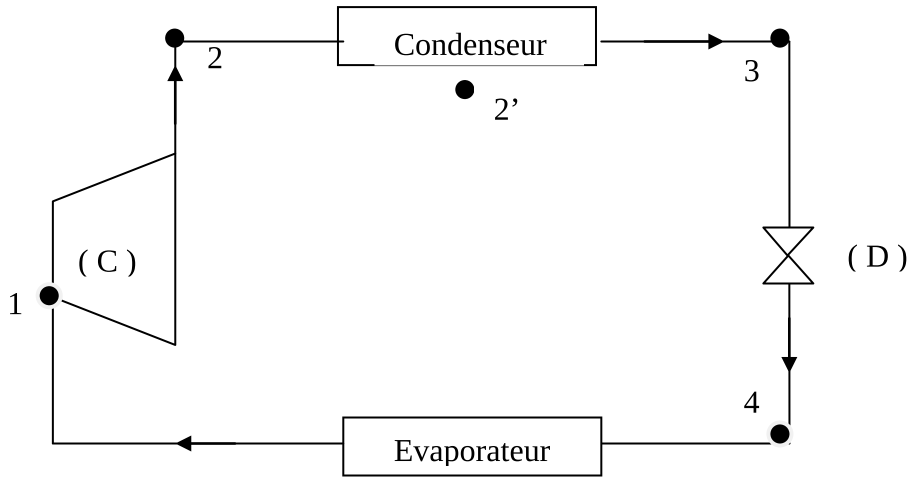
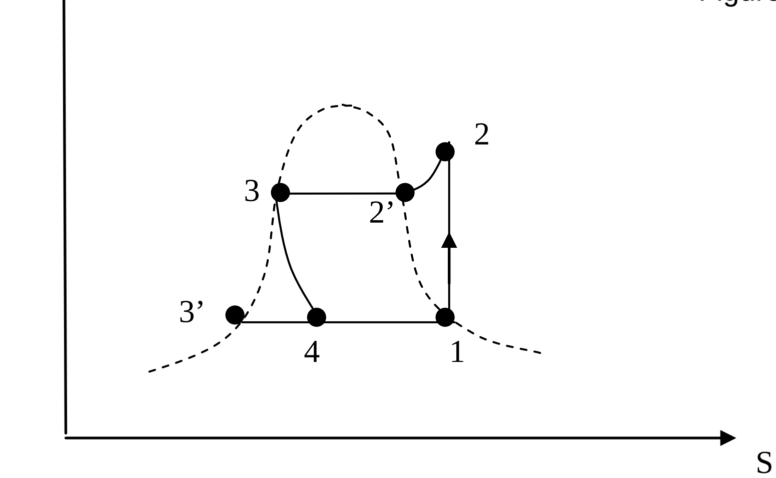


Figure 2



Le compresseur (C), alimenté électriquement, aspire la vapeur sèche d’ammoniac dans l’état (1) et l’amène à l’état (2).
La vapeur passe par un état (2’) dans le condenseur qui l’amène ensuite jusqu’à l’état (3), liquide saturant, puis elle subit une détente isenthalpique à travers le détendeur (D) jusqu’à l’état (4).
A l’état (4), le liquide est partiellement liquéfié et on note x le titre massique en vapeur.
Enfin, l’évaporateur ramène l’ammoniac à l’état de vapeur sèche.
Les transformations 2’3 et 41 sont isothermes et isobares. La transformation 22’ est isobare.
On donne : T_1 = 265 K, T_3 = 300 K, P_1 = 3 bars, P_2 = 10 bars, r = R/M = 489 SI et γ = 1,3.

3.1 Calculer T_2.

3.2 Exprimer la variation d’enthalpie lors de la transformation 33’4 et en déduire la valeur de x. On donne la capacité thermique massique de l’ammoniac liquide saturant : c_L = 5,5 kJ/kg/K et sa chaleur latente de vaporisation à 265 K sous 3 bars : L_v = 1,3 MJ/kg.

3.3 Déterminer le transfert thermique massique q échangé avec le milieu extérieur au niveau de l’évaporateur.

3.4 A partir du Premier Principe Industriel, déterminer le travail massique w_C reçu par le fluide du compresseur.

3.5 En déduire l’efficacité de ce congélateur.

D. ÉTUDE D'UNE ÉOLIENNE

Avant de parvenir dans les habitations, l'énergie électrique doit être produite. Le vent apparaît comme une source d'énergie à exploiter.
Depuis l'Antiquité, des moulins à vent convertissent l'énergie éolienne en énergie mécanique pour, par exemple moudre le grain ou battre le cuivre.
En 1888, Charles F. Brush construit une grande éolienne pour alimenter sa maison en électricité, avec un stockage par batterie d'accumulateurs, et de nos jours, les centrales éoliennes de production d'électricité sont en pleine expansion.
On s'intéresse dans cette partie au fonctionnement d'une éolienne constituée d'une hélice à deux pâles et schématisée sur la figure 3. On représente sur ce schéma un tube de courant.

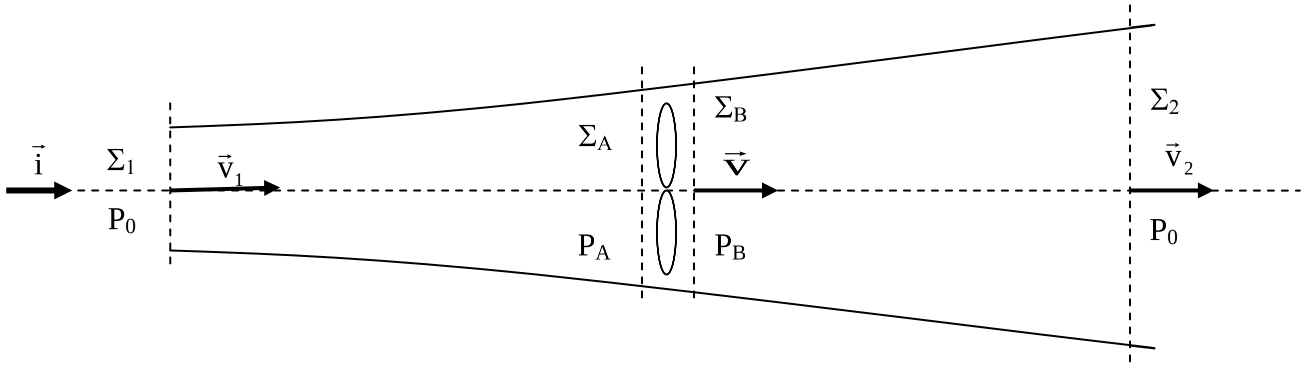


Figure 3

Pour l'étude, on se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen et on néglige la pesanteur.
On suppose un régime permanent établi.
L'air est considéré comme un fluide parfait et incompressible, de masse volumique μ et de débit massique $\mathcal{D}$. La figure 3 fait apparaître un tube de courant d'air traversant l'hélice.
La pression à grande distance de l'hélice, à savoir au niveau des surfaces d'entrée Σ_1 et de sortie Σ_2 de sections respectives S_1 et S_2, est égale à la pression atmosphérique P_0.
La pression est uniforme sur une section droite du tube de courant.
On note P_A et P_B les pressions au niveau des surfaces Σ_A et Σ_B de sections S_A et S_B.
On suppose $S_A = S_B = S$ et on admet que $v_A = v_B = v$.

1. De la conservation du débit volumique, déduire une relation entre S_1, S_2, v_1 et v_2.
2. Du théorème de Bernoulli appliqué entre Σ_1 et Σ_A d'une part et entre Σ_B et Σ_2 d'autre part, déduire l'expression de P_A en fonction de P_0, μ, v_1 et v puis celle de P_B en fonction de P_0, μ, v_2 et v.
3. En effectuant un bilan des forces pour le fluide compris entre les sections Σ_A et Σ_B, établir l'expression suivante de la force exercée par l'air sur l'hélice : $\vec{F} = \frac{\mu S}{2}\left(v_1^2 - v_2^2\right)\vec{i}$.
4. En appliquant le théorème d'Euler au fluide compris entre les sections Σ_1 et Σ_2, établir la relation :
$$\vec{F} = \mathcal{D}\,(v_1 - v_2)\,\vec{i}$$
5. Déduire des deux questions précédentes que la vitesse au niveau de l'hélice s'écrit :
$$v = \frac{1}{2}(v_1 + v_2).$$
6. Exprimer la puissance $\mathcal{P}$ reçue par l'hélice, en fonction de μ, v_1, S et du rapport $x = v_2/v_1$.
7. Pour quelle valeur de x cette puissance est-elle maximale ? Donnez l'expression de la puissance maximale $\mathcal{P}_{max}$.
Le rendement théorique est défini par $\eta = \mathcal{P}/\Phi_C$ où Φ_C est la puissance cinétique en amont de l'hélice.
8. Exprimer la puissance cinétique Φ_C à travers une surface de section S où la vitesse est v_1.

9. En déduire η en fonction de x. Calculer $\mathcal{P}_{max}$ et η_{max}.
On donne : μ = 1,3 kg/m^3, v_1 = 12 m/s et S = 1,4 m².

E. STOCKAGE DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

Le vent ne soufflant pas de façon régulière, on s'intéresse pour terminer, au stockage de l'énergie électrique produite par l'éolienne.
L'axe de celle ci entraîne une génératrice électrique associée à un groupement de batteries.
Chaque batterie est caractérisée par un générateur de Thévenin de force électromotrice e et de résistance interne r.
On associe N batteries en un nombre x de branches parallèles contenant chacune un nombre y de générateurs en série.
Les générateurs sont tous reliés dans le même sens.

1. Exprimer le générateur de Norton équivalent à une branche.
2. Exprimer le générateur de Norton équivalent aux x branches en parallèles.
3. En déduire le générateur de Thévenin équivalent au groupement de batteries.
4. On branche aux bornes du groupement, un résistor de résistance R.
Exprimer l'intensité I qui circule dans le résistor en fonction de x, N, e, r et R.
5. Le nombre N étant fixé, déterminer les valeurs de x et de y qui optimisent la puissance dissipée dans le résistor ; on vérifiera qu'il s'agit bien d'un maximum de puissance.