SESSION 2012

CONCOURS G2E

PHYSIQUE

Durée : 3 heures 30

Les calculatrices sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation des différents schémas.

L'épreuve porte sur l'étude de la conduction électrique dans différents milieux.
Dans tout le problème on négligera l'action de la pesanteur.

A. MODÈLE DE DRUDE

Le modèle de Drude (du nom du physicien Paul Drude) est une adaptation effectuée en 1900 de la théorie cinétique des gaz aux électrons des métaux (découvertes 3 ans plus tôt, en 1897 par J.J. Thomson).
Bien que se fondant sur des hypothèses démenties depuis (description purement classique du mouvement des électrons), le modèle permet de rendre compte de plusieurs propriétés des métaux, notamment de leur conductivité électrique et thermique.
Les électrons libres du métal qui contribuent à la conduction sont uniformément répartis et sont animés d'un mouvement d'ensemble par des champs électriques ou magnétiques et freinés dans ce mouvement par des collisions.

On donne pour les électrons :
- masse : $m = 9\text{x}10^{-31}$ kg,
- charge : - e avec $e = 1{,}6\text{x}10^{-19}$ C,
- densité volumique : n en électrons par m^3.

Les électrons sont ici soumis à l'action d'un champ électrique uniforme $\vec{E} = E\,\vec{u}_x$ et à une force de frottement traduisant les chocs dans le réseau cristallin $\vec{f} = -m\,\vec{v}/\tau$ où τ est la durée moyenne entre deux chocs et $\vec{v} = v_x\,\vec{u}_x$ la vitesse d'un électron dans le référentiel lié au métal, supposé galiléen et rapporté au repère cartésien (O, $\vec{u}_x$).

1. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à un électron, montrer que la vitesse de l'électron tend, en régime permanent, vers une constante notée $\vec{v}_\infty$, que l'on précisera.

2. En déduire le vecteur densité volumique de courant $\vec{j} = j\,\vec{u}_x$ en fonction de e, n, m, τ et $\vec{E}$, et montrer que la conductivité électrique du métal s'écrit alors : $\sigma = \dfrac{e^2 n}{m}\tau$.

3. Le métal considéré est du cuivre de masse volumique $\mu = 8900$ kg/m^3 et de masse molaire $M = 63{,}54$ g/mol. Chaque atome de cuivre libère un électron de conduction.
On donne : $\tau = 2{,}5\text{x}10^{-16}$ s et le nombre d'Avogadro $N_A = 6{,}02\text{x}10^{23}$.
Calculer la valeur de la conductivité σ du cuivre.

4. Exprimer, en régime permanent, la puissance par unité de volume de la force électrique, ainsi que celle de la force de frottement, et comparer ces deux puissances.

5. Exprimer cette puissance volumique dissipée en fonction de σ et E.

6. On considère un conducteur cylindrique de section droite S et de longueur L, parcouru par un courant d'intensité I circulant le long de l'axe du cylindre.

a. Exprimer j et E en fonction de I, S et σ.
b. Exprimer la puissance dissipée dans ce conducteur par effet Joule et en déduire l'expression de la résistance R du conducteur cylindrique en fonction de L, S et σ.

B. AMPOULE À INCANDESCENCE

La lampe à incandescence traditionnelle, inventée en 1879 par Joseph Swan et améliorée par les travaux de Thomas Edison, produit de la lumière en portant à incandescence un filament de tungstène, le métal qui a le plus haut point de fusion (3430°C). À l'origine, un filament de carbone était utilisé, mais ce dernier, en se sublimant puis en se condensant sur le verre de la lampe, opacifiait assez rapidement le verre.


Ampoule au carbone


Ampoule au tungstène

En présence de dioxygène, le filament porté à haute température brûlerait instantanément, c'est la raison pour laquelle, dès l'origine, ce type de lampe a été muni d'une enveloppe de verre.
Inéluctablement, le filament surchauffé se vaporise et perd de la matière par sublimation ; ensuite cette vapeur de métal se condense sur l'enveloppe plus froide. L'ampoule devient de plus en plus opaque et le filament devient plus fragile. Ce dernier finit par se rompre au bout de plusieurs centaines d'heures.

Le filament de tungstène porté à haute température émet un rayonnement dont le spectre est continu.
On donne pour le tungstène, pour une température T comprise entre 300 K et 3300 K :
- Résistivité : $\rho = \alpha$ T en Ω.m avec $\alpha = 2{,}5 \times 10^{-10}\ \Omega.m.K^{-1}$.
- Puissance surfacique rayonnée : $\varphi = \sigma T^4$ en W/m² avec $\sigma = 5{,}7 \times 10^{-8}\ Wm^{-2}K^{-4}$.

On réalise un filament cylindrique de longueur L et de diamètre d, placé dans le vide.
La température d'équilibre est T_e = 2800 K.
L'ampoule est alimentée sous une tension U = 220 V et sa puissance électrique est P = 100 W.

1. a. Montrer les deux relations suivantes : $\frac{L}{d^2} = \frac{\pi U^2}{4\,\rho P}$ et $Ld = \frac{P}{\pi\,\varphi}$. Calculer L et d.

b. Calculer le rendement de l'ampoule.

2. Dans les lampes actuelles, la longueur L est de quelques dizaines de centimètres. Comment, en pratique, parvient-on à placer une telle longueur dans l'ampoule ?

3. On constate que 95% de la puissance n'est pas rayonnée dans le visible.
Dans quel domaine du spectre l'ampoule émet-elle principalement ?

4. Sous l'effet de la température, le tungstène se sublime.
La vitesse surfacique d'évaporation v_s, varie avec la température selon la loi suivante :

$$\log v_s = 9{,}35 - \frac{46500}{T} \quad \text{avec } v_s \text{ en g.cm}^{-2}.\text{s}^{-1} \text{ et T en K}$$

4.1. Calculer cette vitesse à 2800 K.

4.2. On suppose que cette vitesse reste constante au cours du temps.

Entre les instants t et t+dt, la sublimation du tungstène induit une variation élémentaire dm de la masse de tungstène, une variation élémentaire dr du rayon r du cylindre et une variation élémentaire dV de son volume.

a. Exprimer dm en fonction de dV et de la masse volumique μ du tungstène.
b. Exprimer dV en fonction de dr et des autres paramètres.
c. Exprimer dm en fonction de dt et des autres paramètres.
d. En déduire la relation liant dr à l'intervalle de temps dt et aux paramètres v_s et μ, puis exprimer r(t) en notant r_0 le rayon initial du cylindre.

4.3. Exprimer et calculer la durée de vie θ du filament de l'ampoule.
On donne $r_0 = 13$ μm et $\mu = 19{,}25$ g/cm^3.

C. ÉLECTROLYTES

Un électrolyte est une substance conductrice, car elle contient des ions mobiles ; il peut être liquide ou solide. Les électrolytes liquides sont des solutions aqueuses dans lesquelles les ions proviennent d'un sel soluble et des sels fondus qui ne sont constitués que d'ions. Les électrolytes solides sont des cristaux dans lesquels certains ions sont mobiles, ou des polymères comme ceux utilisés dans les membranes échangeuses d'ions.

On considère un électrolyte aqueux dissocié sous forme d'ions A^- et C^+, de charges respectives – e

et + e, de concentrations respectives c^- et c^+.

Deux compartiments (I) et (II) contiennent cet électrolyte à des concentrations ioniques c_I et c_{II} (en ions par m^3) avec $c_{II} < c_I$.
On suppose ces deux concentrations suffisamment grandes pour être supposées constantes.
Les compartiments sont séparés par une membrane d'épaisseur L, assimilable à un milieu liquide au sein duquel les ions peuvent migrer parallèlement à l'axe horizontal Ox de vecteur directeur $\vec{u}_x$.
Les deux faces de la membrane sont situées en x = 0 et x = L.

Dans la membrane existe un champ électrique horizontal $\vec{E} = E(x)\vec{u}_x$, dirigé dans le sens des x croissants.

On définit la mobilité μ^+ d'un cation par $\vec{v}^+ = \mu^+ \vec{E}$ et la mobilité μ^- d'un anion par $\vec{v}^- = -\mu^- \vec{E}$.

1. L'électrolyte étant neutre montrer que $c^-(x) = c^+(x)$. Dans la suite, on notera c(x) cette concentration commune.

2. Les migrations s'accompagnent dans la membrane d'un phénomène de diffusion.

On note D le coefficient de diffusion et on pose : $D^- = \lambda\, \mu^-$ et $D^+ = \lambda\, \mu^+$ où λ est une constante.

Exprimer pour chaque type d'ion, le vecteur densité de courant en tenant compte de la conduction et de la diffusion.

3. En déduire l'expression du vecteur densité de courant globale $\vec{j}$.

4. Un régime permanent s'établit pour lequel $\vec{j}$ est nul.

4.1. Exprimer alors le champ électrique sous la forme $\vec{E} = \lambda K \dfrac{d(\ln c)}{dx}\vec{u}_x$ où K est une constante que l'on exprimera en fonction des mobilités.

4.2. a. Rappeler le lien entre le champ E(x) et le potentiel V(x).
b. En déduire l'expression de la tension $U = V_I - V_{II}$ entre les faces de la membrane de potentiels V_I et V_{II} , en fonction de λ, K, c_I et c_{II}.

4.3. L'électrolyte considéré est une solution de chlorure de sodium $Na^+ + Cl^-$.

Calculer U si λ = 26 mV, $\dfrac{c_I}{c_{II}} = 10$, $\mu^+ = 5{,}2\times10^{-8}$ SI et $\mu^- = 8\times10^{-8}$ SI.

4.4. Calculer U pour une membrane semi-perméable, qui arrête complètement l'un ou l'autre des deux ions.

D. SEMICONDUCTEURS

Dès 1833, Michael Faraday remarqua l'augmentation du pouvoir conducteur de certains métaux lorsque l'on augmentait la température, contrairement aux métaux classiques dont la résistivité augmente avec la température.
En 1954, on assiste à la fabrication des premiers transistors en silicium, tandis que la théorie moderne des semi-conducteurs fait son apparition en 1961.
Un semi-conducteur est un matériau qui a les caractéristiques électriques d'un isolant, mais pour lequel la probabilité qu'un électron puisse contribuer à un courant électrique, quoique faible, est suffisamment importante.
En d'autres termes, la conductivité électrique d'un semi-conducteur (SC) est intermédiaire entre celle des métaux et celle des isolants.

On s'intéresse dans cette partie à un SC tel que le silicium.
Deux types de porteurs de charge participent à la conduction du courant :
- Les électrons de charge - e et de densité volumique n.
- Les trous ou lacunes électroniques de charge +e et de densité volumique p.

L'électroneutralité du SC impose n = p.

1. Exprimer le vecteur densité de courant $\vec{j}$ en un point du SC soumis à un champ électrique $\vec{E}$.

En déduire la conductivité σ du SC.

On donne pour le silicium : $\mu^+ = 0,05$ SI, $\mu^- = 0,15$ SI et $n = 1,5\text{x}10^{16}$ /m^3.

Comparer ce résultat à celui du cuivre.

2. En introduisant des impuretés dans un matériau SC, on peut contrôler la conductivité électrique. C'est le dopage. Quelques atomes de bore ou de phosphore se substituent à des atomes du SC, et ce, de manière uniforme dans tout le volume du SC.
On admet que chaque atome de phosphore perd un électron. C'est le dopage du « type N ».
On admet que chaque atome de bore gagne un électron ou donne un trou. C'est le dopage de « type P »
Pour réaliser un SC de « type N », on incorpore à du silicium pur, du phosphore, à raison de
$c_P = 1,5\text{x}10^{21}$ atomes de phosphore par m^3 de silicium.

Montrer que la nouvelle conductivité électrique σ', du SC dopé s'écrit : $\sigma' = \sigma + c_P\, \mu_-\, e$.

La calculer et conclure.

3. Une technique de dopage est la diffusion moléculaire des impuretés à l'état gazeux au sein du réseau cristallin du SC.
On impose à l'extrémité x = 0 d'un cylindre de silicium de section S, une concentration c_1 d'atomes de phosphore et à l'autre extrémité x = L, une concentration c_2 d'atomes de phosphore.
On suppose c_1 et c_2 constantes au cours du temps, et on se place en régime permanent.
Les atomes de phosphore diffusent selon la loi de Fick, à l'intérieur du cylindre dans le sens des x positifs. On notera D le coefficient de diffusion et j(x) la densité de flux d'atomes diffusants.

3.1. Exprimer le nombre dN_e d'atomes de P entrant par la face d'abscisse x pendant la durée dt.

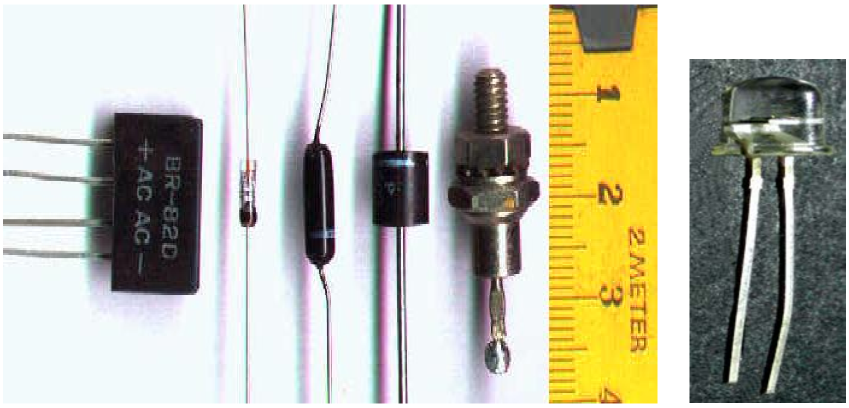
3.2. Exprimer le nombre dN_s d'atomes de P sortant par la face d'abscisse x+dx pendant la même durée.

3.3. Montrer que j est indépendant de x.

3.4. En déduire la loi c(x) en fonction de c_1, c_2, L et x.

E. COMPOSANTS ÉLECTRONIQUES

Les diodes sont fabriquées à partir de semi-conducteurs. Leur principe physique de fonctionnement est utilisé dans de nombreux composants actifs en électronique.



Différents types de diodes

Avant l'avènement des semi-conducteurs, les diodes existaient sous la forme de tubes électroniques moins pratiques à mettre en œuvre.
Une diode est constituée d'une jonction PN entre deux semi-conducteurs de natures différentes.
C'est le premier des nombreux composants électroniques qui envahissent notre quotidien.

Dans toute cette partie, aucune connaissance préalable des composants étudiés n'est requise.

1. <u>Diode électroluminescente</u> (LED)

Les LED sont considérées par beaucoup, comme une technologie d'avenir dans le domaine de l'éclairage général. En effet, on estime que d'ici à 2020, les LED pourraient représenter 75 % du marché de l'éclairage.
Elles sont utilisées aussi pour le rétro éclairage des écrans plats LCD.
Une LED est une jonction PN qui transforme un courant électrique en un faisceau lumineux.
Le schéma électrique est celui de la figure 1 ci-dessous.

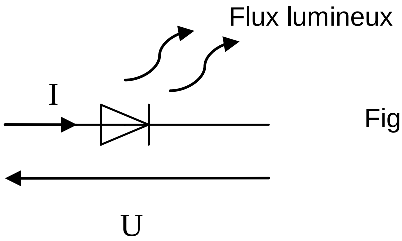


Figure 1

On donne la caractéristique de la diode: $U = E + RI$ où E est la tension seuil de la diode et R sa résistance interne. $E = 2{,}76$ V et $R = 2\ \Omega$.
Le flux lumineux émis (Φ) est relié à la puissance électrique P par : $\Phi = \eta P$ où η est le rendement de la LED. Pour une LED qui émet dans le bleu : $I = 20$ mA et $\eta = 9\%$.

1.1. Calculer U et P.

1.2. En déduire le flux lumineux émis.

1.3. Citer un avantage et un inconvénient de la L.E.D. par rapport à l'ampoule à incandescence de la partie **B**.

2. <u>Photodiode</u>

Une photodiode est un composant semi-conducteur ayant la capacité de détecter un rayonnement du domaine optique et de le transformer en signal électrique, avec l'aide d'un générateur.
On obtient ainsi un courant électrique inverse proportionnel au flux reçu : $I = k\,\Phi$.

2.1. On considère le montage de la figure 2.

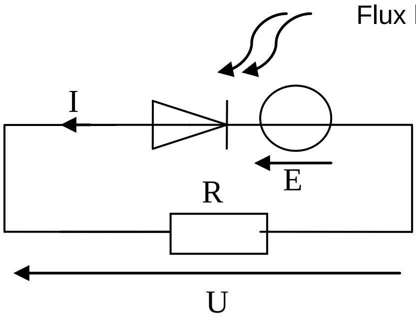


Figure 2

Montrer que la tension U est proportionnelle à Φ.

2.2. Pour amplifier cette tension, on utilise un montage comprenant un amplificateur opérationnel supposé idéal (figure 3).

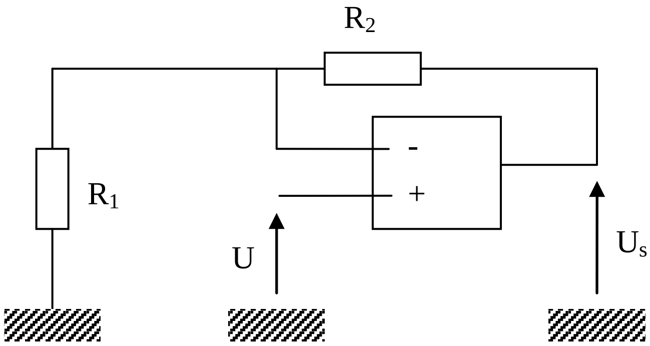


Figure 3

2.2.1. Établir une relation entre U, U_s, R_1 et R_2.

2.2.2. Calculer R_2 pour obtenir $U_s = 100$ U. On donne $R_1 = 100\ \Omega$.

2.2.3. Montrer que $U_s = K\ \Phi$ où K est une constante à exprimer en fonction des résistances.

2.2.4. On intercale entre la source lumineuse et la photodiode une cuve en verre contenant de l'eau distillée. La tension de sortie U_s prend alors la valeur $U_{so} = 0{,}1$ V et le flux une valeur Φ_0.
Lorsque la cuve contient une solution absorbante (dichromate de potassium par exemple), on mesure $U_s = 40$ mV. Calculer la transmittance définie par $T = \Phi/\Phi_0$.

2.3. Le dispositif précédent représente la partie électronique d'un spectrophotomètre.
La partie optique est composée d'un monochromateur à réseau (figure 4).

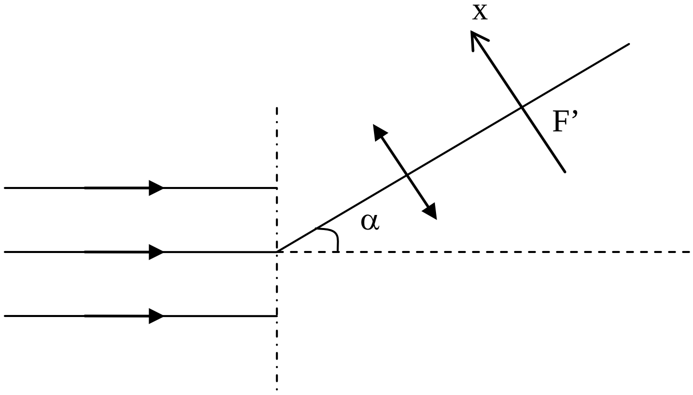


Figure 4

Le réseau du monochromateur comporte n = 1000 traits/mm.
Une lentille de distance focale image f' = 20 cm, est placée derrière le réseau ; son axe optique fait un angle $\alpha = 30°$ avec la normale au réseau. On place au foyer image F' de la lentille une fente centrée sur l'axe. Le réseau est utilisé en incidence normale. On s'intéresse uniquement aux rayons diffractés correspondant à l'ordre p = 1.

2.3.1. Pour quelle longueur d'onde λ_0 obtient-on une image en F' ?

2.3.2. Montrer que la dispersion angulaire autour de λ_0 est $d\alpha/d\lambda = n/\cos\alpha$.
Calculer cette dispersion en mrad/nm.

2.3.3. Pour une longueur d'onde λ voisine de λ_0, on obtient une image en un point d'abscisse x très petite devant f' (x << f') dans le plan focal image de la lentille.
Montrer que $x = n f'(\lambda - \lambda_0)/\cos\alpha$.

2.3.4. En réalité, l'ensemble des rayons lumineux dont la longueur d'onde est comprise entre $\lambda_0 - \Delta\lambda/2$ et $\lambda_0 + \Delta\lambda/2$ passent par la fente F' de largeur 2x.
Calculer la bande passante $\Delta\lambda$ du monochromateur ainsi obtenu pour x = 1 mm.

3. <u>Diode Zéner</u>

Normalement une diode ne laisse passer le courant électrique que dans un seul sens, le sens direct, mais les diodes Zener sont conçues de façon à aussi laisser passer le courant inverse mais uniquement si la tension aux bornes du composant est plus élevée que le seuil d'avalanche variable de quelques volts à quelques centaines de volts.
La diode est schématisée sur la figure 5.

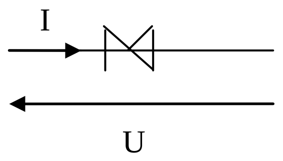


Figure 5

3.1. La caractéristique (U, I) de la diode est un segment de droite passant par les points :
(11 V ; 50 mA) et (10,5 V ; 25 mA)
Établir l'équation de la caractéristique de la diode soit I = f(U).

3.2. Donner le schéma électrique équivalent dans la représentation de Thévenin.

3.3. La puissance admissible dissipable dans la diode est P_{max} = 672 mW.
Calculer l'intensité maximale admissible dans la diode.

3.4. On considère le circuit de la figure 6 dans lequel R = 500 Ω.

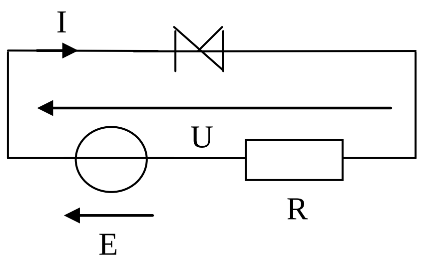


Figure 6

En déduire les valeurs extrêmes du courant I, ainsi que celles de la tension U, lorsque E varie de 20V à 25V. Calculer le rapport $\Delta U/\Delta E$ et conclure.