SESSION 2010

CONCOURS G2E

PHYSIQUE

Durée : 3 heures

Les calculatrices programmables et alphanumériques sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation des différents schémas.

---

1. LA VOITURE RÉDUITE À UN POINT MATÉRIEL

On considère un véhicule, assimilé à un point matériel de masse m, en mouvement rectiligne horizontal. Sa position est repérée par son abscisse x et on ne considérera que les composantes des forces colinéaires au vecteur $\vec{u}_x$ directeur de l'axe Ox.

Dans tout le problème, on se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

1.1. L'automobile n'est soumise qu'à l'action de son moteur qui développe une puissance constante P. Elle part du repos en x = 0. Les frottements sont négligés.
Déterminer, en fonction du temps, les expressions de :

1.1.1. La vitesse v(t).
1.1.2. L'accélération γ(t).
1.1.3. L'abscisse x(t).

1.2. Déterminer l'expression de x en fonction de la vitesse v.

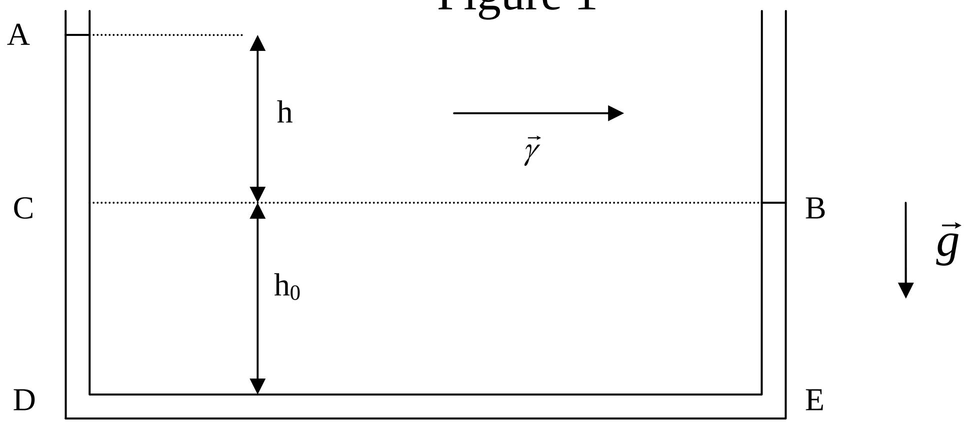
1.3. Au bout de quelle distance le véhicule aura-t-il atteint la vitesse de 90 km/h ?

On donne : m = 1200 kg et P = 75 kW.
1.4. La voiture est maintenant soumise, en plus de l'action du moteur, à une force de résistance de l'air, de norme k m v², où k est une constante positive.
1.4.1. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, pendant une durée infinitésimale dt, établir l'équation différentielle : $dx = \dfrac{m\,v^2\,dv}{P - k\,m\,v^3}$.
1.4.2. En intégrant cette équation différentielle, exprimer x en fonction de v, sachant que x(0)=0 et v(0)=0.
1.4.3. Montrer qu'il existe une vitesse limite V_∞.
1.4.4. Donner x en fonction de v et de V_∞.

1.5. On donne V_∞ = 180 km/h.
1.5.1. Calculer la valeur de k.
1.5.2. Au bout de quelle distance X, le véhicule aura-t-il atteint la vitesse de 90 km/h ?

1.6. Pour déterminer l'accélération de l'automobile, on utilise un accéléromètre hydrostatique.
Il est constitué d'un tube en **U**, de faible section S, rempli d'un liquide de masse volumique µ.
On l'accole solidairement à la carrosserie de sorte qu'il subit la même accélération constante et horizontale γ que la voiture.
On constate une différence de niveau entre les surfaces libres A et B du liquide [figure 1].

Figure 1



On donne : L = 12 cm = DE, g = 10 m/s² et h = 3 cm.
1.6.1. Calculer la différence de pression $\Delta P = P_D - P_E$.
1.6.2. En déduire la force qui agit sur la colonne horizontale de liquide entre D et E.
1.6.3. Montrer que l'accélération de l'automobile s'écrit $\gamma = g\ h / L$. Calculer sa valeur.

2. LES PNEUMATIQUES

Un poste mobile de gonflage de pneumatiques comporte un réservoir de volume V_1 = 15 L que l'on peut remplir d'air au poste fixe du garage, sous la pression P_1 = 6 bars. L'air sera assimilé à un gaz parfait.

2.1. La température du réservoir est égale à t_1 = 17°C. Calculer le volume qu'occuperait l'air contenu dans le réservoir s'il était détendu de manière isotherme à la pression de 1 bar ?

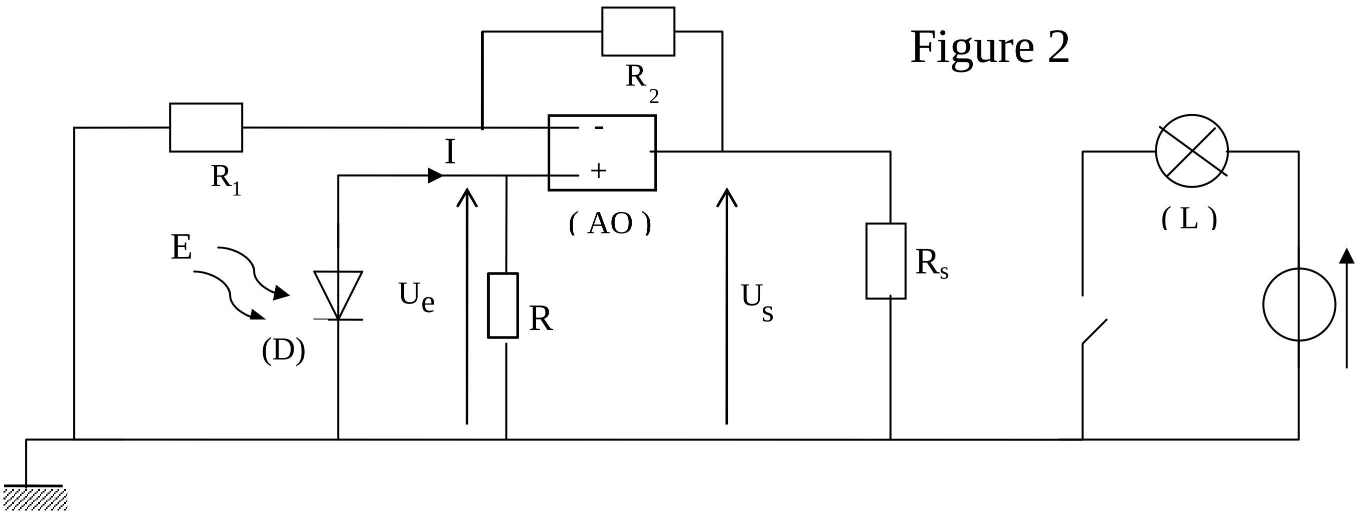
2.2. On utilise le poste mobile, contenant de l'air sous la pression P_1 à la température t_1, pour compléter le gonflage d'un pneumatique de l'automobile à la température de 17°C.
La pression avant le gonflage est P_2 = 1,2 bar et la pression recommandée par le manufacturier est P_3 = 2 bars. Le volume de l'enveloppe, supposé invariable, est v = 35 L.
2.2.1. Calculer le volume d'air introduit dans le pneumatique, mesuré à 17°C sous 1 bar.
2.2.2. Calculer la pression finale P_4 de l'air dans le poste mobile à la fin de l'opération à 17°C.

2.3. Après un parcours, effectué à grande vitesse, la pression dans le pneumatique atteint la pression P_5 = 6 bars (pression maximale). Sachant que lorsque la température du pneumatique est supérieure à 250°C, la gomme se dégrade, risque t-on l'explosion ?

2.4.1. La masse de la voiture est également répartie sur les quatre pneumatiques.
Donner, à la température 17°C, la surface de contact entre un pneumatique et le sol.
2.4.2. Le véhicule est susceptible de faire de « l'aquaplaning » (perte d'adhérence sur une route recouverte d'eau). Que faire pour réduire « l'aquaplaning » ?

3. ALLUMAGE AUTOMATIQUE DES FEUX DE POSITION

L'automobile est munie d'un allumage automatique des feux de position. Celui-ci se fait en fonction de l'éclairement extérieur E, et est réalisé grâce au circuit ci-dessous [figure 2] comprenant un amplificateur opérationnel (AO) et une diode (D).



L'amplificateur opérationnel est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire.
La diode (D) est une photodiode. Polarisée en sens inverse, elle est parcourue par un courant dont l'intensité I ne dépend que de l'éclairement E qu'elle reçoit. L'éclairement E se mesure en W/m².
On donne : $I = I_0 + a\,E$ avec $I_0 = 4\ \mu A$, $a = 65 \times 10^{-9}$ SI et $R = 10\ k\Omega$.

3.1. Exprimer le gain $G = U_s/U_e$ en fonction de R_1 et R_2.

3.2. Quelle valeur faut-il donner au rapport R_2 / R_1 pour avoir G = 50 ?

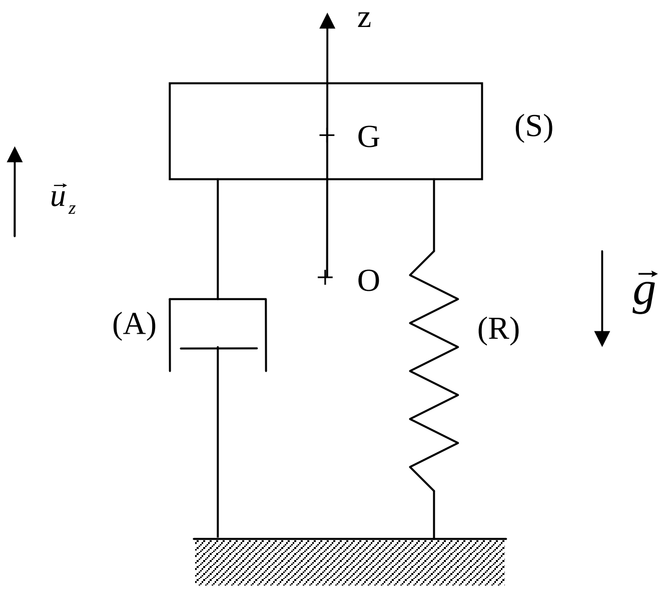
3.3. Exprimer U_e en fonction de I, puis de E.

3.4. Mettre U_s sous la forme : $U_s = U_0 + KE$. On donnera les valeurs de U_0 et K.

3.5. À la sortie de l'amplificateur opérationnel se trouve un relais électromécanique qui s'enclenche si $U_s = 8$ V, ce qui ferme le circuit contenant une lampe à halogène (L).
Pour quelle valeur de l'éclairement le relais s'enclenche-t-il ?

4. ÉTUDE DE LA SUSPENSION

On se propose d'étudier le fonctionnement de la suspension de l'automobile.
On considère le système (S) formé par le quart de la voiture de centre de masse G et décrit ci-dessous [figure 3].



On supposera que (S), de masse m = 300 kg, n'est pas couplé avec le reste de l'automobile.
Le point O correspond à la position de G lorsque le système (S) est immobile par rapport à l'axe vertical Oz. On note $\overrightarrow{OG}(t) = z(t)\,\vec{u}_z$, le vecteur $\vec{u}_z$ étant le vecteur unitaire directeur de l'axe.
Le système (S) est relié au sol par un ressort (R) de raideur k = 22 kN/m et il est soumis de la part d'un

amortisseur (A), à une force de frottement fluide $\vec{f} = -\mu \dfrac{dz}{dt}\vec{u}_z$ avec $\mu = 800$ kg/s.

Dans tout le problème, la voiture roule sur une route horizontale avec une vitesse constante.
La voiture rencontre une bosse à l'instant initial. À cet instant $z(0) = z_0 = 5$ cm et (dz/dt) (0)= 0.

4.1. Écrire l'équation du mouvement vertical de G, satisfaite par z(t).

4.2. Montrer, en utilisant les valeurs numériques, que le mouvement de G est pseudo-périodique.

4.3. La fonction z étant alors de la forme $z(t) = A \exp(-\alpha t) \cos(\omega t + \varphi)$, donner l'expression de α en fonction μ et m ainsi que l'expression de ω en fonction de μ, m et k.

4.4. Calculer la valeur numérique de la pseudo-période T du mouvement.

4.5. Exprimer A et tan φ en fonction de z_0, α et ω. Calculer les valeurs numériques de A et φ.

4.6. La voiture roule sur une route ne présentant pas de bosses. Les amortisseurs sont déréglés.
Tout se passe comme si le système (S) ne subissait que les forces qui s'exerçaient sur lui lors de l'étude précédente. Ces forces sont inchangées ; par contre la valeur du coefficient μ est modifiée.
La voiture rencontre la même bosse à l'instant initial.
On s'intéresse toujours au mouvement vertical de G, qui est, à partir de cet instant apériodique critique.
4.6.1. Quelle est la relation entre m, k et μ ? En déduire la nouvelle valeur de μ.

4.6.2. Donner la nouvelle expression de z(t) en fonction de z_0 et $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

5. LE MOTEUR THERMIQUE

Le moteur de l'automobile décrit le cycle réversible de Beau de Rochas ci-dessous [figure 4].
Les transformations AB et CD sont adiabatiques réversibles.
On note $a = V_{max}/V_{min}$, le taux de compression.

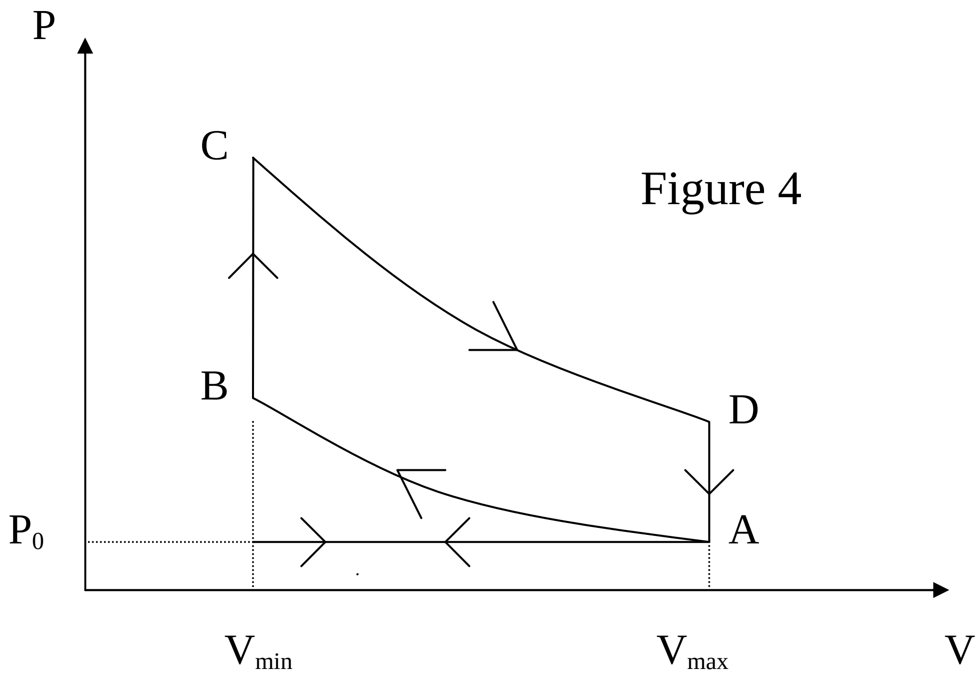


Figure 4

5.1.1. Déterminer les expressions des transferts thermiques Q_{BC} et Q_{DA} en fonction des températures T_A, T_B, T_C, T_D, et de la capacité thermique C_V du système gazeux.
5.1.2. Quels sont les signes de Q_{BC} et Q_{DA} ?

5.2. Exprimer le travail total mis en jeu par cycle.

5.3. En déduire le rendement η du moteur en fonction des transferts thermiques, puis en fonction des températures.

5.4. Donner les expressions de T_B et T_C en fonction de T_A, T_D, a et γ.

5.5. Montrer que $\eta = 1 - a^{1-\gamma}$.

5.6. Pour avoir le meilleur rendement possible, comment doit-on choisir a ?
Calculer le rendement pour a = 9 et $\gamma = 1{,}4$.

5.7. On utilise comme carburant de l'octane (C_8H_{18}) et comme comburant l'air (20% de dioxygène O_2 et 80% de diazote N_2).
L'automobile consomme 6 L de carburant liquide aux 100 km à la vitesse de 90 km/h.

On donne la masse volumique de l'octane, ainsi que les masses molaires de l'octane et du dioxyde de carbone : $\mu_{oct} = 700$ kg/m^3 ; $M_{oct} = 114$ g/mol et $M_{CO2} = 44$ g/mol.
5.7.1. Écrire l'équation bilan de la réaction de combustion avec le dioxygène.
5.7.2. Déterminer, dans les conditions normales de température et de pression, le volume d'air nécessaire à la combustion des 6 litres d'octane.
On rappelle que dans ces conditions, le volume molaire d'un gaz est de 22,4 L/mol.
5.7.3. Dans les mêmes conditions, en déduire le volume de CO_2 produit.
5.7.4. Calculer, en g/km, la masse de CO_2 rejetée par km parcouru à la vitesse de 90 km/h.

6. L'AUTOMOBILISTE

6.1. Pour tester la vue du conducteur, on lui demande d'observer un objet noté AB.
Pour cela, on utilise un banc optique sur lequel peuvent glisser un support porte-objet et un support porte-lentille. L'objet et l'œil sont placés respectivement à gauche et à droite de la lentille.
L'œil est placé au point S à 10 cm du centre optique O de la lentille.
L'observateur utilise une lentille mince divergente de vergence - 0,5 δ (1 δ=1 m^{-1}).
On déplace l'objet AB, la lentille restant fixe ; l'observateur perçoit une image nette quand l'objet se trouve à une distance comprise entre 2 m et 5,1 cm de la lentille.
6.1.1. Faire un schéma simple du système optique.
6.1.2. Déterminer la position du punctum rémotum (PR) et du punctum proximum (PP) en donnant les valeurs $\overline{SP_R}$ et $\overline{SP_P}$.
Le PR est le point objet situé le plus loin vu nettement par l'œil normal au repos (sans accommodation).
Le PP est le point objet situé le plus près vu nettement par l'œil avec une accommodation maximale.
6.1.3. Calculer numériquement l'amplitude d'accommodation de cet œil myope définie par :

$$\Delta = \frac{1}{\overline{SP_R}} - \frac{1}{\overline{SP_P}}.$$

6.1.4. On se propose de corriger la myopie de cet œil, hors du banc optique, par le port d'un verre correcteur assimilé à une lentille mince dont le centre optique O' est situé à 2 cm en avant de S.
L'axe optique de l'œil et celui de la lentille sont confondus. Le PR est alors rejeté à l'infini.
6.1.4.1. Déterminer la nature de la lentille correctrice.
6.1.4.2. Calculer la distance focale image de la lentille.
6.1.4.3. À quelle distance, comptée à partir de O', se trouve le nouveau PP de l'œil ainsi corrigé ?

6.2. Pour contrôler le taux d'alcoolémie de l'automobiliste, on réalise une prise de sang.
Pour cela, on introduit dans une veine une aiguille cylindrique d'extrémités A et B, de longueur L_1=5 cm et de rayon intérieur R_1 = 0,7 mm. L'aiguille est maintenue horizontale.
La pression dans la veine en A est de 120 kPa et le sang s'écoule dans l'atmosphère, à la pression P_0, avec un débit volumique *D* = 9,43 mL/s.
On donne la masse volumique du sang : μ = 1030 g/L ; la pression ambiante est P_0 = 1 bar et on donne g = 10 m/s².
6.2.1. En utilisant la loi de Poiseuille, déterminer la viscosité dynamique du sang.
6.2.2. On introduit l'aiguille AB, par l'intermédiaire d'une canule BC, de longueur L_2 = 15 cm et de rayon intérieur
R_2 = 3,5 mm. Le sang s'écoule toujours dans l'atmosphère en C.
Quel est le nouveau débit sanguin *D'* ? On le donnera en fonction de *D*.
6.2.3. Déterminer la nature des régimes d'écoulement dans l'aiguille et dans la canule.