SESSION 2009

CONCOURS G2E

PHYSIQUE

Durée : 3 heures

Les calculatrices programmables et alphanumériques sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation des différents schémas.

A. STADE NAUTIQUE

1. CABINE DE SAUNA

Le complexe sportif du stade nautique comporte une cabine de sauna, de volume constant $V = 14\ m^3$.
Initialement elle renferme de l'air se trouvant dans les mêmes conditions que l'air extérieur, c'est-à-dire à la pression $P_0 = 1$ bar et à la température $t_0 = 20°C$. Un radiateur, fonctionnant à sa puissance maximale, $\mathcal{P} = 10$ kW, permet d'atteindre rapidement, une température intérieure $t_1 = 80°C$, après quoi on maintient cette température constante en réduisant la puissance du radiateur.
En régime permanent, la température du sauna est égale à t_1, sauf le corps de la personne se trouvant dans la cabine. Cette personne doit maintenir la température de sa peau à $t_2 = 37°C$, et ceci uniquement grâce à l'évaporation de l'eau perdue par transpiration.
La capacité thermique totale de la cabine, air non compris, est $C = 70$ kJ/K.
On donne les capacités thermiques massiques de l'air : $c_v = 0{,}72$ J/g.K, $c_p = 1$ J/g.K, sa masse volumique sous 1 bar et à 20°C : $\mu = 1{,}3$ g/L.
La chaleur latente de vaporisation de l'eau est $L_v = 2400$ J/g.

1.1. Calculer la durée T qui permet d'atteindre la température t_1 en supposant que la cabine soit parfaitement étanche et adiabatique.

1.2. Déterminer la pression finale dans la cabine.

1.3. On estime que les pertes thermiques sont caractérisées par un flux :

$$\Phi = A\ (t_1 - t_0) \text{ avec } A = 70 \text{ W/K.}$$

La durée calculée précédemment est-elle surestimée ou sous-estimée ?

1.4. À quelle fraction de la puissance maximale le radiateur doit-il fonctionner pour maintenir la température de 80°C ?

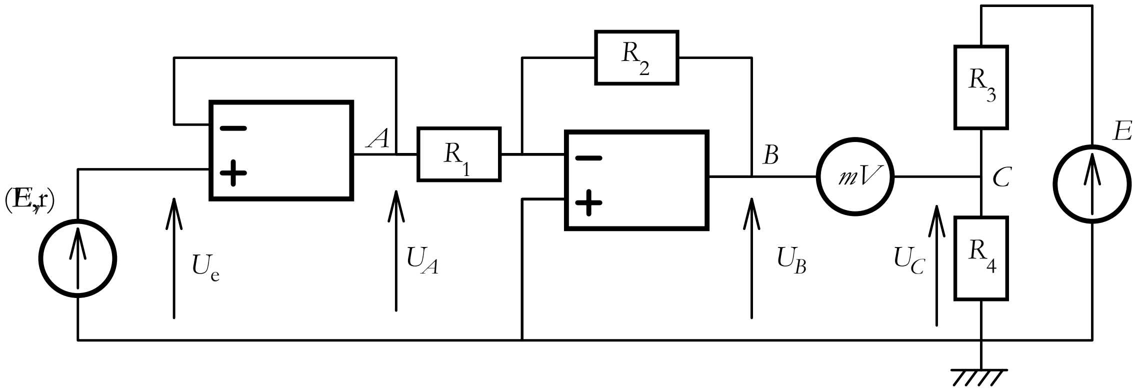
1.5. Le transfert de puissance entre le corps humain et l'air du sauna est donné par :

$$\Phi' = B\ (t_2 - t_1) \text{ avec } B = 14{,}2 \text{ W/K.}$$

Quelle est la perte de masse de la personne lors d'une séance de 10 min ?

2. CAPTEUR pH-MÉTRIQUE

Pour déterminer le pH de l'eau de la piscine du stade nautique, on utilise un pH-mètre électronique. Il est constitué d'une électrode de verre et d'une électrode de référence reliée à la masse. Lorsque l'électrode de verre est plongée dans l'eau, on obtient une pile dont la fém dépend du pH.
On réalise le montage suivant, dans lequel tous les AO sont parfaits et fonctionnent en régime linéaire.



2.1. Établir l'expression de U_A en fonction des caractéristiques de la pile. Nommer le montage.

2.2. On plonge successivement l'électrode de verre dans trois solutions tampons et l'on relève les valeurs suivantes :

pH	4	7,2	10
U_A en mV	174	- 12	- 174

Montrer que E = a pH + b. Calculer a et b.

2.3. Par la suite on prendra : E = 406 – 58 pH en mV.

2.3.1. Exprimer le gain de l'étage intermédiaire soit $G = U_B/U_A$. Nommer cet étage.

2.3.2. On fixe $R_2 = 10\ k\Omega$, en déduire la valeur de R_1 pour obtenir une variation de U_B de ± 1 V quand le pH varie d'une unité.

2.3.3. En déduire l'expression numérique de U_B en fonction du pH.

2.4. On désire faire une lecture directe du pH sur un millivoltmètre, de résistance interne très grande (supposée infinie).

2.4.1. Exprimer U_C en fonction de E', R_3 et R_4.

2.4.2. En déduire l'expression de $U_V = U_B – U_C$ en fonction de E', R_3, R_4 et du pH.

2.4.3. On fixe $R_4 = 470\ \Omega$ et E' = - 15 V.
Déterminer la valeur à donner à R_3 pour avoir U_V = pH.

3. ÉTUDE D'UNE BULLE DE GAZ

Dans la piscine du stade nautique, il existe une fosse à plongée dédiée à l'entraînement des plongeurs sous-marins.
Au fond de la fosse, de profondeur H = 10 m, ouverte à la pression atmosphérique P_0, se forme une bulle de gaz, supposé parfait, de masse volumique μ_0, non soluble dans l'eau.
On désigne par g l'accélération de la pesanteur et par μ la masse volumique de l'eau.
Lors de sa montée la force de frottement que subit la bulle est $\vec{F}_f = -6\,\pi\,\eta R\,\vec{v}$ où R désigne le rayon de la bulle, η la viscosité dynamique de l'eau et $\vec{v}$ la vitesse de la bulle.
On suppose dans un premier temps que le volume de la bulle reste constant.

3.1. Écrire l'équation dynamique de la bulle, en projection sur l'axe Oz (ascendant vertical).

3.2. Simplifier l'équation obtenue précédemment dans le cas où $\mu >> \mu_0$.

3.3. Montrer que la bulle atteint une vitesse limite, notée v_∞ que l'on exprimera en fonction des données du problème. Calculer v_∞ sachant que $\mu g = 10^4$ SI ; η = 1 mPl et R = 1 mm.

3.4. Exprimer la durée T de la montée jusqu'à la surface libre, en admettant que la vitesse limite est atteinte très rapidement.

3.5. Dans la suite, on tient compte du changement de taille de la bulle au cours de sa montée.

3.5.1. Donner l'expression de la pression P_A du gaz dans la bulle quand elle se forme au fond de la fosse au point A.

3.5.2. En déduire la pression P(z) du gaz dans la bulle lorsqu'elle atteint la côte z en fonction de P_A, μg et z.

3.5.3. En supposant que la température du gaz reste constante lors de la montée, donner l'expression du volume de la bulle V(z), en fonction de P_A, du volume initial V_A et de P(z).

3.5.4. En déduire l'expression du rayon r(z) de la bulle en fonction de R, P_A, µg et z.

3.6. On admet qu'à chaque instant la bulle se déplace à la vitesse $v_\infty(z)$.
Donner l'expression de $v_\infty(z)$ en fonction de v_∞, P_A, µg et z.

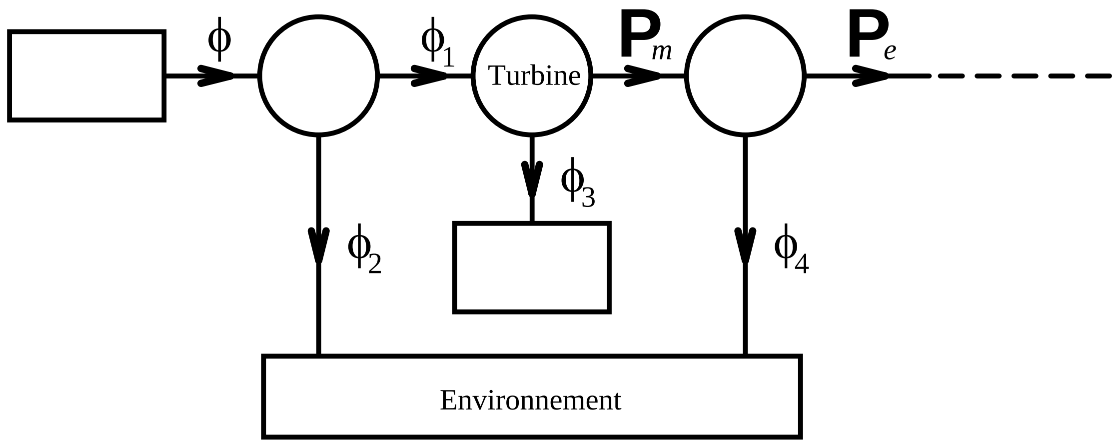
3.7. Montrer que la durée T' de la montée de la bulle s'écrit : $T' = \frac{3}{5} T \left[\frac{1 - x^{\frac{5}{3}}}{1 - x} \right]$ avec $x = P_A/P_0$.

B. CENTRALE NUCLÉAIRE

1. BILAN ÉNERGÉTIQUE

Une tranche d'une centrale nucléaire, produisant une puissance électrique P_e = 900 MW, a un rendement global η_g = 32%.
L'énergie produite dans le réacteur nucléaire (RN) est extraite par un fluide caloporteur circulant dans le circuit primaire.
Le passage dans le générateur de vapeur (GV) permet de vaporiser l'eau du circuit secondaire.
La vapeur sous pression passe dans une turbine dont le rendement thermique est η = 43%.
Puis cette vapeur refroidie revient à l'état liquide dans le condenseur (C).
La turbine entraîne le rotor d'un alternateur (AL) qui convertit l'énergie mécanique en électricité.

1.1. À l'aide des informations fournies, compléter la chaîne énergétique en donnant les noms manquants.



1.2. La puissance totale cédée à l'environnement est égale à 430 MW.
Pour chacun des transferts de puissances représentés sur la figure, déterminer les puissances mises en jeu. Les dispositifs (GV), (AL) et la turbine fonctionnent de façon cyclique.

1.3. La production d'énergie dans la centrale est fondée sur la fission nucléaire.
Il s'agit de briser un noyau d'uranium 235 en le bombardant de neutrons.
La valeur moyenne de l'énergie libérée, par noyau de matière fissile, est de 200 MeV.

1.3.1. Quelle énergie, en J, pourrait-on produire avec 1 tonne d'uranium 235 ?
On donne : M(U) = 235 g/mol, $\aleph = 6 \times 10^{23}$ et 1 eV = $1{,}6 \times 10^{-19}$ J.

1.3.2. Calculer la masse de pétrole ou de charbon nécessaire pour obtenir la même énergie que celle libérée par la tonne d'uranium 235. Conclusion ?

- La tonne d'équivalent pétrole (tep) est l'énergie dégagée par la combustion d'une tonne de pétrole soit 1 tep = 42 GJ.
- La tonne d'équivalent charbon (tec) est l'énergie dégagée par la combustion d'une tonne de charbon soit 1 tec = 0,69 tep.

1.3.3. Calculer la masse annuelle d'uranium consommée par la centrale.
On prendra pour une année : 31,54 Ms.

2. RÉACTEUR NUCLÉAIRE

On étudie la diffusion, en régime permanent, des neutrons au cœur du réacteur nucléaire.
On se limite à un problème à une dimension et on note c(x) la concentration neutronique.

On rappelle la loi de Fick : $\vec{j} = -D\dfrac{dc}{dx}\vec{u}_x$.

2.1. Justifier la présence du signe moins dans la loi de Fick.

2.2. Deux phénomènes se produisent dans le milieu fissile :
- La réaction de fission absorbe des neutrons et on considère qu'en moyenne $c(x)/\tau$ neutrons sont absorbés par unité de temps et de volume.
- La réaction produit de nouveaux neutrons et on considère que pour un neutron absorbé, il y a k neutrons produits (k > 1).

En faisant le bilan neutronique, dans une tranche comprise entre x et x + dx, montrer que c(x) vérifie l'équation différentielle : $0 = D\dfrac{d^2c(x)}{dx^2} + \alpha c(x)$ où α est une constante que l'on exprimera en fonction de k et τ.

2.3. Le milieu est limité par les plans $x = \pm a$ de sorte que $c(\pm a) = 0$, et on pose $c(0) = c_0$.
La concentration se met sous la forme $c(x) = A\cos\lambda x + B\sin\lambda x$.

2.3.1. Exprimer λ en fonction de D et α.

2.3.2. À l'aide des conditions aux limites, déterminer la valeur de A, puis montrer que B est nécessairement nul, et montrer enfin que le régime permanent supposé n'est effectivement possible que pour une valeur particulière de k que l'on exprimera en fonction de a, D et τ.

3. LIGNE ÉLECTRIQUE

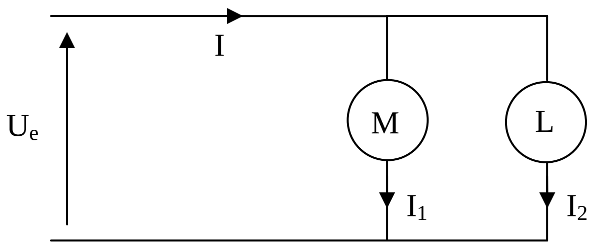
L'alternateur précédent, assimilable à un générateur sinusoïdal, fournit une puissance moyenne P sous une tension efficace U. Le facteur de puissance est égal à l'unité.
Une ligne électrique, de résistance linéique r par conducteur, sert à transporter cette puissance sur une distance L.
On donne : r = 0,4 mΩ/m ; L = 200 km ; P = 900 MW ; U = 4 kV.

3.1. Quelle est en fonction de r, L, U et P, la puissance totale perdue par effet Joule dans la ligne ?

3.2. Calculer numériquement cette puissance perdue.

3.3. Pour diminuer cette perte, le distributeur d'énergie utilise un transformateur élévateur de tension. Ce transformateur idéal possède les caractéristiques suivantes :
- La tension de sortie est sinusoïdale de même pulsation que celle du générateur.
- La puissance moyenne est la même à l'entrée et à la sortie.
- Le facteur de puissance est égal à 1 à l'entrée comme à la sortie.
Reprendre la question précédente si la tension efficace à la sortie du transformateur est U' = 200 kV. Conclusion ?

3.4. La ligne électrique alimente un local technique de la piscine sous une tension efficace U_e = 220 V à la fréquence f = 50 Hz.
Ce local comporte en parallèle un moteur électrique de puissance moyenne P_m = 2 kW, de facteur de puissance $\cos\varphi = 0{,}7$ et 10 lampes, en série, de puissance P_ℓ = 120 W chacune.



3.4.1. Calculer les valeurs efficaces des intensités I_1 et I_2, dans le moteur et dans les lampes.

3.4.2. En déduire l'intensité efficace totale I et le facteur de puissance de l'installation.