2016

CORRIGÉ

MATHÉMATIQUES

# CONCOURS ECRICOME PREPA

APRÈS CLASSE PRÉPARATOIRE

VOIE ÉCONOMIQUE ET COMMERCIALE

OPTION TECHNOLOGIQUE……….

# ESPRIT DE L'ÉPREUVE

## ESPRIT GÉNÉRAL

Vérifier chez les candidats l'existence des bases nécessaires pour des études supérieures de management.

Apprécier l'aptitude à lire et comprendre un énoncé, choisir un outil adapté et l'appliquer (théorème)

Apprécier le bon sens des candidats et la rigueur du raisonnement.

## SUJET

Trois exercices indépendants portant sur les trois domaines du programme.

## ÉVALUATION

Exercices de valeur sensiblement égale.

## ÉPREUVE

*Aucun document et instrument de calcul n'est autorisé,*

Les candidats sont invités à soigner la présentation de leur copie, à mettre en évidence les principaux résultats, à respecter les notations de l'énoncé, et à donner des démonstrations complètes (mais brèves) de leurs affirmations.

## CORRIGÉ

### EXERCICE 1

1. (a) On obtient comme calculs :

$$(A-I)(A-2I) = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 2 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad (A-2I)(A-3I) = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

puis $(A-I)(A-2I)(A-3I) = 0$.
Puisque le polynôme $P(X) = (X-1)(X-2)(X-3)$ est annulateur de $A$, les valeurs propres possibles de $A$ sont parmi les racines de ce polynôme, ainsi : $Sp(A) \subset \{1, 2, 3\}$.

(b) • $A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, donc $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre de $A$ pour la valeur propre 1.

• $A\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, donc $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre de $A$ pour la valeur propre 2.

• $A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, donc $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre de $A$ pour la valeur propre 3.

(c) On trouve $P^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

(d) On a $AP = PD$, donc $A = PDP^{-1}$.

(e) Montrons par récurrence que : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A^n = PD^nP^{-1}$.
On note pour tout entier $n$ : $\mathcal{P}(n)$ : « $A^n = PD^nP^{-1}$ ».
• Pour $n = 0$ on a $A^0 = I$ et $P \times D^0 P^{-1} = P \times P^{-1} = I$. Ainsi $\mathcal{P}(0)$ est vraie.
• Pour $n \geqslant 0$, supposons $\mathcal{P}(n)$ vraie. Alors : $A^{n+1} = A^n \times A = (PD^nP^{-1})(PDP^{-1}) = PD^{n+1}P^{-1}$, et donc $\mathcal{P}(n+1)$ est vraie.
• Par récurrence, on a donc bien démontré que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $A^n = PD^nP^{-1}$.

(f) On en déduit que :

$$A^n = \begin{pmatrix} -1+2^n+3^n & 2-2^n-3^n & 1-3^n \\ -1+3^n & 2-3^n & 1-3^n \\ 2^n-3^n & -2^n+3^n & 3^n \end{pmatrix}$$

2. (a) On calcule: $AC + B = C$.

(b) On écrit le système matriciellement :

$$X_{n+1} = \begin{pmatrix} u_{n+1} \\ v_{n+1} \\ w_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = AX_n + B$$

(c) Notons pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $\mathcal{P}(n)$ : « $X_n = C - A^nC$ ».
• Pour $n = 0$, on a $C - A^0C = C - C = 0$ et $X_0 = 0$, donc $\mathcal{P}(0)$ est vraie.
• Pour $n \geqslant 0$, supposons $\mathcal{P}(n)$ vraie. Alors :

$$X_{n+1} = AX_n + B = A(C - A^nC) + B = (AC + B) - A^{n+1}C = C - A^{n+1}C$$

et donc $\mathcal{P}(n+1)$ est vraie.
• Par récurrence, on a donc bien démontré que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $X_n = C - A^nC$.

(d) On en déduit donc que pour $n \in \mathbb{N}$, $X_n = \begin{pmatrix} 3^n - 2^n \\ 3^n - 1 \\ 2 - 2^n - 3^n \end{pmatrix}$.

# EXERCICE 2

## Partie I : Etude de fonction

1. Le discriminant de $P$ vaut $\Delta = 16$, donc $P$ admet deux racines qui sont $-1$ et 3. On en déduit que $P(x)$ est positif lorsque $x \leqslant -1$ ou $x \geqslant 3$, et que $P(x)$ est négatif lorsque $-1 \leqslant x \leqslant 3$.
2. En $-\infty$, on a : $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3+x^2-x-1) = \lim\limits_{x\to-\infty}(x^3) = -\infty$ et par ailleurs $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$, donc par produit :
$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$$
En $+\infty$, on a :
$$g(x) = \frac{x^3}{e^x} + \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x}$$
et par croissances comparées, on en déduit que :
$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = 0$$
3. (a) La fonction $g$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a pour tout réel $x$,
$$g'(x) = (3x^2+2x-1)e^{-x} + (x^3+x^2-x-1)(-e^{-x}) = \left(-x^3+2x^2+3x\right)e^{-x} = -x(x^2-2x-3)e^{-x}$$
(b) On sait que $e^{-x} > 0$ pour tout réel $x$, donc on a :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $P(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $32e^{-3}$ | $\searrow$ | $0$ |

(c) On obtient que $g(1) = 0$. D'après le tableau de variations, on en déduit que :
$$g(x) \leqslant 0 \quad \text{si } x \leqslant 1 \qquad \text{et} \qquad g(x) \geqslant 0 \quad \text{si } x \geqslant 1$$
4. La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 a pour équation :
$$y = g'(1)(x-1) + g(1) = 4e^{-1}(x-1) + 0 = 4e^{-1}x - 4e^{-1}$$

5.

## Partie II : Intégrales et probabilités

1. (a) La fonction $x \mapsto e^{-x}$ est continue sur $[1, +\infty[$ et pour tout $A > 1$, on a :
$$\int_1^A e^{-x}dx = \Big[-e^{-x}\Big]_1^A = e^{-1} - e^{-A} \underset{A\to+\infty}{\longrightarrow} \frac{1}{e}$$
Ainsi, l'intégrale $I_0 = \displaystyle\int_1^{+\infty} e^{-x}dx$ converge et vaut $1/e$.

(b) Soit $M \geqslant 0$. On pose pour tout $x \in [1, M]$ :

$$\left| \begin{array}{l} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^{-x} \end{array} \right. \qquad \left| \begin{array}{l} u'(x) = (n+1)x^n \\ v(x) = -e^{-x} \end{array} \right.$$

Par intégration par parties, on obtient que :

$$\begin{aligned} \int_1^M x^{n+1} e^{-x} dx &= \Big[ -e^{-x} x^{n+1} \Big]_1^M - \int_1^M (n+1)x^n(-e^{-x}) dx \\ &= -\frac{M^{n+1}}{e^M} + \frac{1}{e} + \int_1^M (n+1)x^n e^{-x} dx \end{aligned}$$

(c) On note pour tout entier $n$ : $\mathcal{P}(n)$ : « l'intégrale $I_n$ converge ».

- On a démontré que $\mathcal{P}(0)$ est vraie.
- Pour $n \geqslant 0$, supposons $\mathcal{P}(n)$ vraie. Alors, en reprenant la formule démontrée à la question précédente, en faisant tendre $M$ vers $+\infty$, par croissances comparées, on obtient que :

$$\lim_{M \to +\infty} \int_1^M x^{n+1} e^{-x} dx = -0 + \frac{1}{e} + (n+1) \int_1^{+\infty} x^n e^{-x} dx = \frac{1}{e} + (n+1) I_n$$

Ainsi, l'intégrale $I_{n+1} = \int_1^{+\infty} x^{n+1} e^{-x} dx$ converge et donc $\mathcal{P}(n+1)$ est vraie.
- Par récurrence, on a donc bien démontré que :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ I_n \text{ converge}$$

(d) (Montré à la question précédente).

(e) • $I_1 = \dfrac{1}{e} + 1 \times I_0 = \dfrac{2}{e}$.

• $I_2 = \dfrac{1}{e} + 2 \times I_1 = \dfrac{5}{e}$.

• $I_3 = \dfrac{1}{e} + 3 \times I_2 = \dfrac{16}{e}$.

(f)

```
n = input("Donner un entier strictement positif")
    u = 1/(exp(1))
for k = 1:n
    u = 1/(exp(1))+k*u;
end;
disp(u);
```

2. (a) La fonction $f$ est positive (car nulle sur $]-\infty, 1[$ et $g$ est positive sur $[1, +\infty[$), et continue au moins sur $\mathbb{R}$ (elle est nulle sur $]-\infty, 1[$, on a $g(1) = 0$ et $g$ est continue sur $[1, +\infty[$). De plus,

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx &= \frac{e}{18} \int_1^{+\infty} (x^3 + x^2 - x - 1) e^{-x} dx \\ &= \frac{e}{18}(I_3 + I_2 - I_1 - I_0) = \frac{e}{18} \times \frac{18}{e} = 1 \end{aligned}$$

Ainsi, $f$ est bien une densité de probabilité.

(b) La variable $Z$ admet une espérance si l'intégrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} x f(x) dx$ converge. Or, ici :

$$\int_1^{+\infty} x f(x) dx = \frac{e}{18} \int_1^{+\infty} (x^4 + x^3 - x^2 - x) e^{-x} dx = \frac{e}{18}(I_4 + I_3 - I_2 - I_1) = \frac{e}{18} \times \frac{74}{e} = \frac{37}{9}$$

Donc $Z$ admet une espérance qui vaut $\mathbb{E}[Z] = \dfrac{37}{9}$.

(c) La variable $Z^2$ admet une espérance si l'intégrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} x^2 f(x)dx$ converge. Or, ici :

$$\int_1^{+\infty} x^2 f(x)dx = \frac{e}{18}\int_1^{+\infty}(x^5+x^4-x^3-x^2)e^{-x}dx = \frac{e}{18}(I_5+I_4-I_3-I_2) = \frac{e}{18}\times\frac{370}{e} = \frac{185}{9}$$

Donc $Z^2$ admet une espérance qui vaut $\mathbb{E}[Z^2] = \dfrac{185}{9}$ et donc $Z$ admet une variance qui vaut :

$$\mathbb{V}[Z] = \frac{185}{9} - \left(\frac{37}{9}\right)^2 = \frac{296}{81}$$

# EXERCICE 3

1. (a) Notons $A$ l'événement « on obtient une paire de boules de la même couleur lors des deux premiers tirages ».
En fait cela revient à, une fois que la première boule (quelconque) a été tirée, de choisir dans l'urne restante (avec 5 boules) l'unique boule qui est de la même couleur, on a donc :

$$\mathbb{P}(A) = \frac{1}{5}$$

(b) On a ici une succession d'épreuves succès/échec (le succès étant d'obtenir deux boules de la même couleur), les épreuves se répétant dans des conditions identiques et indépendantes et $Y_1$ désigne le rang d'apparition du premier succès, donc $Y_1$ suit une loi géométrique, de paramètre $1/5$. On a donc en particulier $\mathbb{E}(Y_1) = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5$ et $\mathbb{V}(Y_1) = \frac{1-\frac{1}{5}}{(\frac{1}{5})^2} = 20$.

2. (a) Notons $B$ l'événement « obtenir une paire de boules de la même couleur en un seul tirage ».
Obtenir une paire de boules de la même couleur en un seul tirage, revient à, lors de la deuxième boule à piocher (parmi les 3 dans l'urne) de piocher exactement celle qui a la même couleur que celle tirée lors de la première pioche :

$$\mathbb{P}(B) = \frac{1}{3}$$

(b) On a ici encore une succession d'épreuves succès/échec (le succès étant d'obtenir deux boules de la même couleur), les épreuves se répétant dans des conditions identiques et indépendantes et $Y_2$ désigne le rang d'apparition du premier succès, donc $Y_2$ suit une loi géométrique, de paramètre $1/3$. On a donc en particulier $\mathbb{E}(Y_2) = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$ et $\mathbb{V}(Y_2) = \frac{1-\frac{1}{3}}{(\frac{1}{3})^2} = 6$.

3. (a) On a :

$$X = Y_1 + Y_2 + Y_3$$

(b) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$\mathbb{E}(X) = \mathbb{E}(Y_1) + \mathbb{E}(Y_2) + \mathbb{E}(Y_3) = 5 + 3 + 1 = 9$$

Puisque les variables $Y_1$, $Y_2$ et $Y_3$ sont indépendantes, on a :

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{V}(Y_1) + \mathbb{V}(Y_2) + \mathbb{V}(Y_3) = 20 + 6 + 0 = 26$$

(c) Puisque $X = Y_1 + Y_2 + Y_3$ et que $Y_3 = 1$, on a :

$$[X = k] = [Y_1 + Y_2 + 1 = k] = [Y_1 + Y_2 = k - 1]$$

donc en passant aux probabilités :

$$\mathbb{P}(X = k) = \mathbb{P}(Y_1 + Y_2 = k - 1)$$

De plus, puisqu'on nous fait remarquer que :

$$[Y_1 + Y_2 = k - 1] = \bigcup_{i=1}^{k-2} ([Y_1 = i] \cap [Y_2 = k - 1 - i])$$

les événements étant incompatibles, on a :

$$\mathbb{P}(Y_1 + Y_2 = k - 1) = \sum_{i=1}^{k-2} \mathbb{P}([Y_1 = i] \cap [Y_2 = k - 1 - i])$$

et enfin les variables $Y_1$ et $Y_2$ étant indépendantes :

$$\mathbb{P}(Y_1 + Y_2 = k - 1) = \sum_{i=1}^{k-2} \mathbb{P}(Y_1 = i)\mathbb{P}(Y_2 = k - 1 - i)$$

(d) Puisque $Y_1$ et $Y_2$ suivent des lois géométriques, on en déduit que :

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X = k) &= \sum_{i=1}^{k-2} \left(\frac{4}{5}\right)^{i-1} \left(\frac{1}{5}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1-i-1} \left(\frac{1}{3}\right) \\
&= \frac{1}{15} \times \frac{5}{4} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{k-2} \times \sum_{i=1}^{k-2} \left(\frac{4}{5}\right)^{i} \left(\frac{3}{2}\right)^{i} \\
&= \frac{1}{12} \left(\frac{2}{3}\right)^{k-2} \times \frac{6}{5} \times \frac{1 - (\frac{6}{5})^{k-2}}{1 - \frac{6}{5}} \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^{k-2} \left(\left(\frac{6}{5}\right)^{k-2} - 1\right) \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{4}{5}\right)^{k-2} - \left(\frac{2}{3}\right)^{k-2}\right]
\end{aligned}$$

4. *Informatique*

(a)

```
for k = 3 : 22
        u(k)  = 1/2*((4/5)^(k-2)-(2/3)^(k-2))
end
plot(u, '+')
```

D'après le graphique, la valeur la plus probable de $X$ semble être 5.

(b) Il s'agit d'utiliser la fonction `cumsum`. Graphiquement, il semblerait que pour $m = 7$, on ait $P(X \leqslant 7) \simeq 0.5 \simeq P(X \geqslant 7)$.

# RAPPORT D'ÉPREUVE

## Commentaires généraux

Rappelons quelques faits importants :

- Une lecture préalable et attentive du sujet est nécessaire afin d'en comprendre la problématique et de hiérarchiser les difficultés. Elle permet alors au candidat d'aborder le sujet par les exercices (et/ou les questions) qui lui sont les plus accessibles.
- Une copie soignée est appréciée.
- Une bonne connaissance des notions et résultats fondamentaux du cours est un prérequis indispensable à la résolution correcte de nombreuses questions d'un sujet de mathématiques.
- Une rédaction correcte comportant des justifications convenables ainsi que la vérification, ou au minimum le rappel, des hypothèses nécessaires à l'application d'un théorème utilisé forment une part extrêmement importante de la note attribuée à toute question.
- Vérifier la vraisemblance et la cohérence des résultats obtenus par rapport aux résultats proposés.
- L'aménagement des calculs et des raisonnements afin d'obtenir impérativement les résultats proposés est fortement sanctionné.

Rappelons que les questions informatiques sont assez largement valorisées au sein du barème de l'épreuve et que, près des deux tiers des candidats y répondent de façon suffisamment satisfaisante.

Avec une moyenne de 10,85 et un écart-type de 5,79, cette épreuve a permis une sélection tout à fait satisfaisante des candidats.

## Commentaires particuliers

### Exercice 1

Cet exercice d'algèbre avait pour but de vérifier les acquis des candidats sur les calculs matriciels, ainsi que sur leur application à l'étude de suites récurrentes. Il a en général été assez bien abordé par les candidats qui ont su montrer leurs savoirs-faire sur ce type d'exercice. Il est dommage que les nouveautés du programme (valeurs propres, polynômes annulateurs) soient très peu maîtrisés par les candidats.
Certains candidats utilisent des notions hors programme (déterminant d'une matrice d'ordre 3, récurrence forte, ...), ce qui est contraire à l'esprit de l'épreuve et les candidats sont alors sanctionnés sur ces questions.

1. (a) Quelques candidats écrivent les produits de matrices comment ils le feraient sur une feuille de brouillon, et parfois confondent les signes $=$ et $\Leftrightarrow$.
   Le polynôme annulateur n'est pas toujours explicité ou est confondu avec le polynôme de matrice $(A-I)(A-2I)(A-3I)$.
   (b) Beaucoup de candidats ne traitent pas cette question (vecteurs propres) ou se lancent dans la résolution d'un système plutôt que de simplement vérifier que $AV = \lambda V$. Très peu de copies mentionnenent que les vecteurs doivent être non nuls pour être vecteurs propres.
   (c) Le calcul de $P^{-1}$ est généralement bien mené.
   (d) Question bien traitée par une majorité de candidats.
   (e) Question bien traitée par une majorité de candidats.
   (f) Très peu de candidats mentionnent que $D$ est diagonale pour en déduire le calcul de $D^n$.
2. (a) Question bien traitée par une majorité de candidats.
   (b) Question bien traitée par une majorité de candidats.

(c) Les raisonnement par récurrence ont été souvent bien rédigés, même si certains candidats confondent parfois l'hypothèse de récurrence avec la proposition universelle qu'ils cherchent à démontrer.

(d) Question bien traitée dans les meilleurs copies.

## Exercice 2

Cet exercice mêlant étude de fonction, intégration et probabilités continues, a été bien abordé également par les candidats. Il a mis en valeur des erreurs de calcul dans la première partie, et des erreurs de raisonnement dans la seconde. Globalement, les techniques de base de l'analyse sont peu maîtrisées, en particulier le calcul des limites et une méconnaissance des formes indéterminées.

### Partie I

1. Certains candidats confondent l'étude du signe avec l'étude des variations, et tentent de dériver $P(x)$.
2. L'invocation du théorème des croissances comparées est parfois « facile »et devrait être plus soigné, utilisé uniquement lorsqu'il est nécessaire. Il est dommage de voir également des candidats transformer l'écriture de $g(x)$ quand bien même la limite étudiée n'est pas une forme indéterminée, ce qui leur fait perdre du temps inutilement.
3. (a) Les candidats écrivent souvent de manière abusive $(x^3 + x^2 - x - 1)'$ dans leurs calculs, ce qui les amène parfois à faire des erreurs de calcul ensuite.
   (b) Souvent, les candidats n'ont pas pris en compte le signe de $-x$, ce qui leur donnait un tableau inversé.
   (c) Question bien traitée par les candidats ayant répondu correctement à la question (b)
4. Les candidats connaissent la formule du cours, mais ne donnent parfois pour unique réponse « $g'(1)(x - 1) + g(1)$ », ce qui n'est pas une équation.
5. Cette question est largement délaissée par les candidats, ce qui est dommage car elle est valorisée dans le barème de l'épreuve. Lorsque la courbe était tracée, les tangentes horizontales n'étaient pas forcément apparentes.

### Partie II

1. (a) L'étude d'une intégrale sur un segment n'est pas forcément automatique et plusieurs candidats font le calcul directement sur l'intégrale généralisée.
   (b) La formule d'intégration par parties est globalement bien connue.
   (c) Cette question était difficile, mais même si quelques candidats ne voient pas qu'il s'agit ici de démontrer qu'une « phrase »est vraie pour tout entier $n$, la majorité en a bien pris conscience et écrit explicitement que « $I_n$ converge »
   (d) Le passage à la limite est rarement proprement effectué, la majorité des candidats confond l'intégrale généralisée et l'intégrale sur $[1, M]$.
   (e) Certaines copies trouvent les bonnes valeurs en partant de la valeur donnée de $I_4$ et la formule de récurrence.
   (f) La question est rarement traitée, et souvent sans succès lorsqu'elle est abordée.
2. (a) Les candidats ont retenu surtout la condition sur l'intégrabilité de $f$ et mentionnent une notion de continuité (sans forcément la justifier, et confondant continuité avec continuité par morceaux). La positivité est rarement mentionné.
   (b) La question est bien traitée dans les meilleures copies
   (c) Bien traitée par les candidats ayant abordé la précédente.

CONCOURS ECRICOME PREPA
APRÈS CLASSE PRÉPARATOIRE

## Exercice 3

Cet exercice a été peu abordé par les candidats, sans doute à cause de sa position en fin de sujet. Les questions d'informatique, nouveauté du programme, ont été négligées par les candidats comme dans l'exercice précédent même pour ce qui portait sur les lectures graphiques. La question 3 était assez technique et de niveau élevé pour les candidats de la voie technologique.

1. (a) Certains candidats proposent des résultats supérieurs à 1. Plusieurs candidats se sentent obligés de justifier une réponse de $1/5$ uniquement pout être en accord avec l'espérance proposée à la question suivante.

   (b) De nombreuses copies concluent que $Y_1$ suit une loi géométrique sans en préciser le paramètre. La donnée explicite de $Y_1$ est souvent oubliée, ou donnée de façon erronée, avec par exemple $Y_1(\Omega) = [\![1, n]\!]$

2. (a) voir question 1(a)

   (b) Curieusement, des copies ayant convenablement identifié une loi géométrique à la question 1(b) concluent ici à une loi binomiale.

3. (a) Certains candidats tentent une paraphrase de l'énoncé, en écrivant que $X = Y_1 \cap Y_2 \cap Y_3$.

   (b) Seules les meilleurs copies invoquent l'indépendance des $Y_1$.

   (c) Rares sont les mentions de l'indépendance, encore plus celles de l'incompatibilité.

   (d) Aucun candidat ne parvient à répondre complètement à cette question. Les meilleures copies arrivent à une somme de termes d'une suite géométrique mais oublient de multiplier par le premier terme.

4. (a) On remarque énormément d'erreur de priorités dans les opérations (oubli des parenthèses, oubli du signe $*$, les quotients sont parfois écrits avec des traits de fractions, ... De trop rares étudiants essaient de donner la valeur la plus probable de $X$, soit qu'ils ne prennent pas la peine de bien lire l'énoncé, soit comme en témoignent les nombreuses tentatives ratées, qu'ils éprouvent de réelles difficultés à lire et interpréter un graphique.

   (b) L'instruction `cumsum` ne semble pas avoir été assimilée par les candidats.