Correction Concours Accès 2017.

Raisonnement logique :

1. La seule possibilité pour que les 11 petits enfants s'installent en même temps dans tous les véhicules, occupent toutes les places et qu'il y ait un tricycle de moins que l'ensembles des autres véhicules est d'avoir :

3 vélos, 2 voitures et 4 tricycles. On peut rapidement vérifier que le nombre de roues est égal à 4 fois le nombre de guidons moins le nombre de places dans une voiture.

A partir de ces infos on a :

A. Vrai
B. Faux
C. Faux
D. Vrai

2. Soit A la quantité de sirop d'Albane, B celle de Bérénice et C celle de Claire.

- Elles ont utilisé 60cl de sirop au total donc : $A+B+C = 60$.
- Le nouveau mélange contient 20cl de sirop donc : $C+\frac{A}{2} = 20$.
- Le pourcentage de sirop dans cette nouvelle boisson est le même que celui dans la boisson originale de Claire donc : $\dfrac{\frac{A}{2}+\frac{B}{2}}{5} = \dfrac{C}{2}$.

Résolvons le système suivant :

$$\begin{cases} A+B+C = 60 & L_1 \\ C+\frac{A}{2} = 20 & L_2 \\ \dfrac{\frac{A}{2}+\frac{B}{2}}{5} = \dfrac{C}{2} & L_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A+B+C = 60 & L_1 \\ C+\frac{A}{2} = 20 & L_2 \\ A+B = 5C & 10\times L_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5C+C = 60 \text{ car } A+B = 5C \\ C+\frac{A}{2} = 10 \\ A+B = 5C \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} C = 10\,cl \\ A = 20\,cl \\ B = 30\,cl \end{cases}$$

Grâce à la résolution du système :

A. Faux car $C = 10\,cl$

B. Faux car $A = 20\,cl$ et $B = 30\,cl$

C. Vrai

Boisson	20 cl	6L = 600 cl
Sirop	1 cl	30 cl.

D. Faux. produit en croix comme ci-dessus.

(3.) Avec les conditions de l'énoncé une seule répartition existe :

	Pierre	Pascal	Paul
Dossiers	Paul	Pierre	Pascal
Badge	Pascal	Paul	Pierre

} l'intervenant qui porte le badge de Pierre détient le dossier de Pascal.

A. Faux B. Faux C. Faux D. Faux,

(4.) D'après le théorème de Pythagore dans les carrés ABFC et CFDE, les diagonales ont pour longueur 5 milles nautiques.

Le trajet est le suivant :

$A \xrightarrow{3} B \xrightarrow{5} C \xrightarrow{5} D \xrightarrow{3} E \xrightarrow{5} F \xrightarrow{5} A$ Distance totale : 26 milles.

A. Faux.

B. Vrai car $t = \frac{d}{V} = \frac{26}{20} = 1{,}3\,h.$

1h	60 min
1,3	78 min = 1h 18 min.

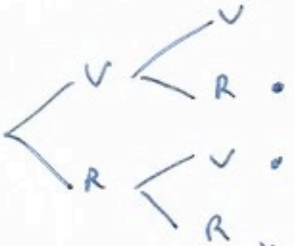
C. Faux En calculant la vitesse du Bateau 2 sur chaque parcours on trouve 1h 18 min.

D. Vrai. Il suffit de calculer le tps pour chaque bateau sur les différents endroits du parcours.

(5.)

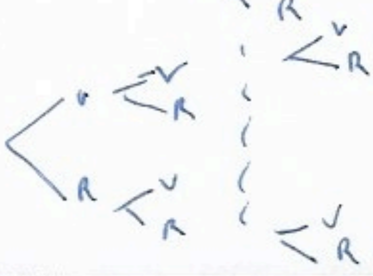
Les probabilités sont équiprobables.

A. Vrai car



) 2 chemins sur 4.

B. Vrai car

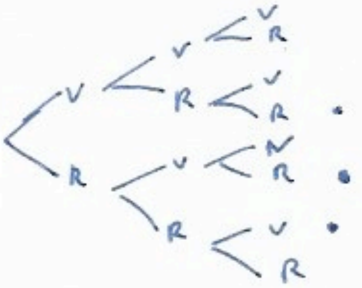


$\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$ $\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^n} = \frac{2}{2^n} = \frac{1}{2^{n-1}}.$$

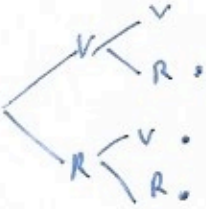
4. Vrai car

Q. 3 et 4 inversées



$\frac{3}{8}$.

3. Faux car



$P(B_2) = \frac{3}{4}$.

6. k services, 2 cadres par service donc $2k$ cadres dans l'entreprise.

A. Vrai.

B. Faux car le nombre d'employés dans l'entreprise est de $N-6k$, donc par service on a : $\frac{N-6k}{k}$.

C. Faux car $\frac{4k}{N}$.

D. 12 cadres dans l'entreprise et 2 cadre par service donc il y a 6 services.
il y a donc 24 cadres. Il y a $126 - 12 - 24 = 90$ employés.
$\frac{90}{6} = 15$ il y a donc 15 employés par service. Faux

Raisonnement mathématique :

7. A. Vrai car $J(0;1)$ vérifiera si $f(0)=1$. $f(0) = 1 + 0 - 0 \times e^{-0^2+1} = 1$.

B. Vrai car $f(x) = 1 \Leftrightarrow 1 + x - xe^{-x^2+1} = 1$

$$\Leftrightarrow x - xe^{-x^2+1} = 0$$
$$\Leftrightarrow x\left(1 - e^{-x^2+1}\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 1 - e^{-x^2+1} = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } -x^2+1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } (1-x)(1+x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1 \text{ ou } x = -1.$$

C. Faux car $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 1 - \left(e^{-x^2+1} + x \times (-2x e^{-x^2+1})\right)$

$$= 1 - \left(e^{-x^2+1}(-2x^2+1)\right)$$

$$= 1 + \underbrace{(2x^2-1)}_{\neq 2x.} e^{-x^2+1}$$

D. Faux car $f'(0) = 1 + (2\times 0^2 - 1)\, e^{-0^2+1}$

$= 1 - e$. or $e \simeq 2{,}7$ donc $1 - e < 0$.

8.

A. Faux car $\forall x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{5\times\frac{1}{x}\times\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\times 5\ln x}{(\sqrt{x})^2}$

$$= \frac{\frac{5\sqrt{x}}{x} - \frac{5\ln x}{2\sqrt{x}}}{x}$$

$$= \frac{\frac{10\sqrt{x}}{2x} - \frac{5\sqrt{x}\ln x}{2x}}{x}$$

$$= \frac{10\sqrt{x} - 5\sqrt{x}\ln x}{2x^2}$$

$$= \frac{\sqrt{x}\times 5(2-\ln x)}{2x^2}$$

$$= \frac{\cancel{\sqrt{x}}\times 5\,(2-\ln x)}{2x\sqrt{x}\times\cancel{\sqrt{x}}}$$

$= \dfrac{5(2-\ln x)}{2x\sqrt{x}}$ $2 - \ln x \neq \ln x - 2$ sur $]0;+\infty[$.

B. Faux car $f(x) = -5 \Leftrightarrow \dfrac{5\ln x}{\sqrt{x}} = -5$ Il faut savoir que $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

$$\Leftrightarrow 5\ln x = -5\sqrt{x}$$
$$\Leftrightarrow \ln x = -\sqrt{x}$$
$$\Leftrightarrow x = e^{-\sqrt{x}}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{e^{\sqrt{x}}} \neq \frac{1}{\sqrt{e^{x}}}$$ car $\forall x \in]0;+\infty[$ $e^{\sqrt{x}} \neq \sqrt{e^{x}}$.

C. Vrai car $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$y = 5(x-1) + 0$

$y = 5x - 5.$

$f'(1) = \dfrac{5(2-\ln 1)}{2\times 1\times\sqrt{1}} = \dfrac{5\times 2}{2} = 5$ $\quad f(1) = \dfrac{5\ln 1}{\sqrt{1}} = 0$

D. Vrai car $\forall x \in \mathbb{R}^{*+}$, $2x\sqrt{x} > 0$ et il faut étudier le signe de $2 - \ln x$.

$2 - \ln x > 0 \Leftrightarrow \ln x < 2 \Leftrightarrow x < e^2$.

x	0		e^2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖	$\nearrow$	$f(e^2)$	$\searrow$	

$f(e^2) = \dfrac{5\ln e^2}{\sqrt{e^2}} = \dfrac{10}{\sqrt{e^2}} = \dfrac{5}{e}.$

9.

A. Faux car C_0 est la courbe représentative de f_0.

$f_0(x) = x[\ln(x)]^2$ $\quad \forall x \in]0;1[$, $f_0'(x) = (\ln x)^2 + 2x \times \frac{1}{x} \times \ln x$

$f_0'(x) = (\ln x)^2 + 2\ln x$

$= \ln x(\ln x + 2)$

C_0 admet deux tangentes parallèles à (OI) ssi il existe 2 réels de $]0;1[$ tels que $f_0'(x) = 0$.

$f_0'(x) = 0 \Leftrightarrow \ln x(\ln x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow \ln x = 0$ ou $\ln x + 2 = 0$.

$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = e^{-2}$. $1 \notin]0;1[$ donc 1 tangente parallèle à (OI).

B. Vrai car la tangente à C_k à A_k a pour équation $y = f_k'(1)(x-1) + f_k(1)$

$\forall x \in]0;1[,\ f_k'(x) = \ln x(\ln x + 2) + k.$

$f_k'(1) = k.\quad f_k(1) = k$ donc $y = k(x-1) + k$

$y = kx.$

$(OA_k) : y = mx + p \qquad m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{k-0}{1-0} = k \qquad p = 0$ car (OA_k) passe par l'origine du repère.

$y = kx.$

C. Vrai car $\forall x \in]0;1[,\ f_1'(x) = (\ln x)^2 + 2\ln x + 1.$

or $\forall x \in]0;1[,\ (\ln x + 1)^2 = (\ln x)^2 + 2\ln x + 1.$

D. Vrai car on résout $f_k(x) = 0 \iff x(\ln x)^2 + kx = 0.$

$\iff x\left((\ln x)^2 + k\right) = 0$

$\iff x = 0$ ou $(\ln x)^2 + k = 0$ $\quad 0 \notin]0;1[.$

$\iff (\ln x)^2 = -k.$ Si $k = -1$ Vrai.

10

A. Faux car $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = 2(x+1)e^{-x} - (x+1)^2 e^{-x}.$

$= e^{-x}\left(2(x+1) - (x+1)^2\right)$

$= e^{-x}\left(-x^2 + 1\right)$

$\forall x \in \mathbb{R},\ e^{-x} > 0$; le signe dépend de $1-x^2$, or $1-x^2$ n'est pas toujours positif sur $\mathbb{R}^+$. Inutile d'aller plus loin

B. Faux car $f(x) = g(x) \iff (x+1)^2 e^{-x} = e^{-x} \iff (x+1)^2 = 1$

$\iff (x+1)^2 - 1 = 0$

$\iff x(x+2) = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = -2.$ 2 pts d'intersection

C. Vrai car $\mathcal{C}_f$ en $J(0;1)$ T_f : $y = f'(0)(x-0)+f(0)$ $\quad f'(0)=e^{-0}(-0^2+1)$ $\quad f(0)=(0+1)^2e^{-0}$

$y = x+1$ $\quad f'(0)=1$ $\quad f(0)=1$

$\mathcal{C}_g$ en $J(0;1)$ T_g : $y=g'(0)(x-0)+g(0)$ $\quad g'(0)=-e^{-0}$ $\quad g(0)=e^{-0}$

$y=-x+1$ $\quad =-1$ $\quad =1.$

vecteur directeur de T_f : $\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$ $\quad 1\times m+(-1)\times m=0$. donc $\perp$.

" $\quad T_g$: $\begin{pmatrix}-1\\m\end{pmatrix}$.

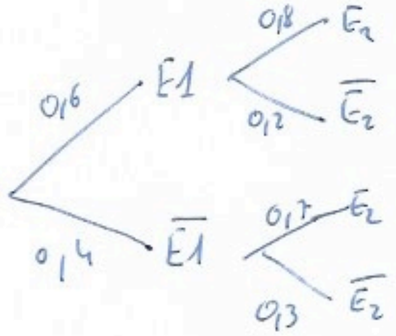
D. Faux car $g(x)<1 \iff e^{-x}<1$

$\iff \ln e^{-x}\leq \ln 1$

$\iff -x<0$.

$\iff x>-0$. donc $S=]\ ;+\infty[$

11.



E1 : Réussir le 1er exam blanc.

E_2 : Réussir le 2eme exam blanc.

A. Faux car $P(E_1\cap E_2)=0,6\times 0,8=0,48<0,5$

B. Vrai car $P(E_2)=P(E_1\cap E_2)+P(\bar{E_1}\cap E_2)$

$= 0,48+0,4\times 0,7$

$= 0,76>0,5.$

C. Vrai car $P_{E_2}(E_1)=\dfrac{P(E_1\cap E_2)}{P(E_2)} = \dfrac{0,48}{0,76}>0,5$ car $0,48>\dfrac{0,76}{2}$

D. $P_{\bar{E_2}}(\bar{E_1})=\dfrac{P(\bar{E_1}\cap\bar{E_2})}{P(\bar{E_2})}$

$=\dfrac{0,12}{1-0,76}$

$=\dfrac{0,12}{0,24}=0,5$. Donc Faux.

12

A. Faux car $\forall x \in \mathbb{R}$, $f_n'(x) = nx^{n-1}e^{-x^2} + x^n \times (-2x e^{-x^2})$

$$= nx^{n-1}e^{-x^2} - 2x^{n+1}e^{-x^2}$$

$$= e^{-x^2}\underbrace{(nx^{n-1} - 2x^{n+1})}_{\neq -2nx^n}$$

$\neq -2nx^n$ (On remplace x par 1).

B. Faux car $f_n'(x) = e^{-x^2}(nx^{n-1} - 2x^{n+1})$

$$= e^{-x^2} \times x^{n-1}(n - 2x^2).$$

$f_n'(x) = 0 \iff x^{n-1} = 0$ ou $n - 2x^2 = 0$. $\forall x \in \mathbb{R}\ e^{-x^2} > 0$.

$\iff x = 0$ ou $x = -\sqrt{\frac{2}{n}}$ ou $x\sqrt{\frac{2}{n}}$.

x	$-\infty$		$-\sqrt{\frac{2}{n}}$		0		$\sqrt{\frac{2}{n}}$		$+\infty$
x^{n-1}					0	+	|	+	
$n-2x^2$		−	0	+		+	0	−	
$f_n'(x)$			0		0	+	0	−	
$f_n(x)$		↗				↗		↘	

polynôme de degré 2. → $n-2x^2$

Il peut y avoir un maximum ici selon les valeurs de n

C. Vrai car $S_2\left(\sqrt{\frac{2}{2}} ; f_2\left(\sqrt{\frac{2}{2}}\right)\right)$ c'est-à-dire $S_2(1 ; f_2(1))$

$$f_2(1) = 1^2 e^{-1}$$

$$= \frac{1}{e}.$$ Donc $S_2\left(1 ; \frac{1}{e}\right)$.

Calculons $f_n(1) = 1^n e^{-1^2} = 1e^{-1} = \frac{1}{e}$. donc $S_2\left(1 ; \frac{1}{e}\right) \in \mathcal{C}_p$ pour tout $n \geq 1$

D. Vrai car l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_n$ au point $(0;0)$ est :

$y = f_n'(0)(x-0) + f_n(0)$.

$y = 0 \times x + 0$

$y = 0$.

$f_n'(0) = e^{-0^2} \times 0^{n-1}(0 - 2\times 0^2)$

$= 0$

$f_n(0) = 0^n e^{-0^2}$

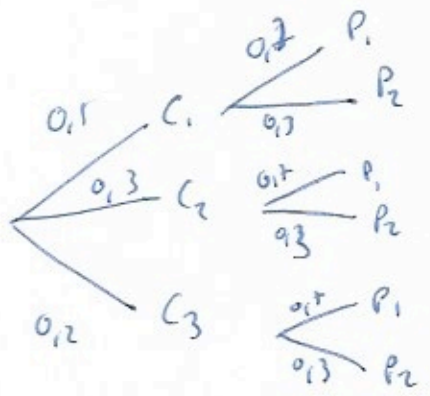
$= 0$

Problème mathématique :

13. En utilisant les infos de l'énoncé.

A. Faux. B. Vrai C. Vrai D. Vrai.

14.



A. Vrai car $P(C_1 \cap P_1) = 0,5 \times 0,7 = 0,35$.

B. Faux car $P(C_1 \cap P_1) + P(C_3 \cap P_1) = 0,35 + 0,2 \times 0,7 = 0,49$.

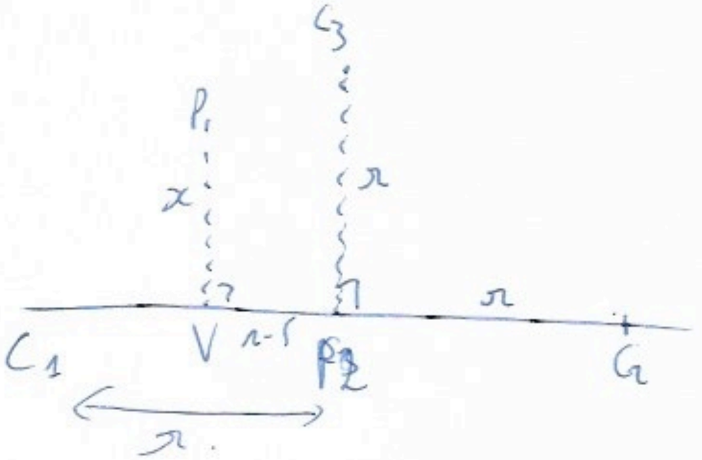
C. Faux car $P(P_2) = P(C_1 \cap P_2) + P(C_2 \cap P_2) + P(C_3 \cap P_2)$

$= 0,15 + 0,09 + 0,06$

$= 0,3$.

D. Vrai car $P_{P_2}(C_3) = \dfrac{P(C_3 \cap P_2)}{P(P_2)} = \dfrac{0,06}{0,3} = 0,2$

(15) On utilisera le théorème de Pythagore pour calculer toutes ces longueurs :



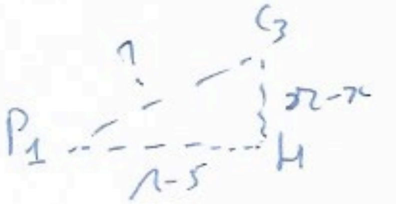
A. Vrai car

$r^2 = x^2 + (r-5)^2$

$\iff r^2 = x^2 + r^2 - 10r + 25$

$\iff x^2 - 10r + 25 = 0.$

B. Faux car



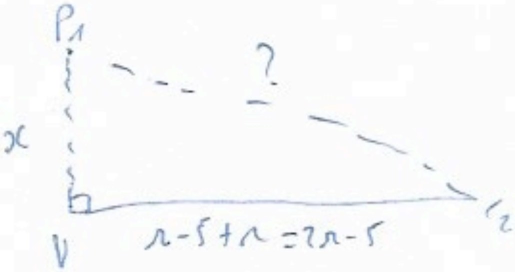
$? = \sqrt{(r-5)^2 + (r-x)^2}$

$= \sqrt{r^2 - 10r + 25 + r^2 - 2xr + x^2}$

$= \sqrt{2r^2 + x^2 - 2xr - 10r + 25}$

$\neq +10r.$

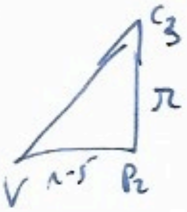
C. Faux car



$? = \sqrt{x^2 + (2r-5)^2}$

$? = \sqrt{x^2 + 4r^2 - 20r + 25}$

D. Vrai car VC_3

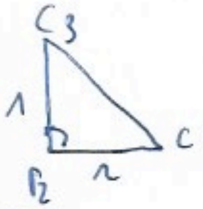


$\sqrt{(r-5)^2 + r^2}$

$= \sqrt{r^2 - 10r + 25 + r^2}$

$= \sqrt{2r^2 - 10r + 25}$

$C_3 C_2$



$\sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2r^2}$

$= r\sqrt{2}.$

(16) D'après les infos de l'énoncé :

A. Vrai B. Vrai C. Vrai D. Vrai

(17) $\begin{cases} 2x + 2y \leq 6000 \\ 2x + 3y \leq 8000 \\ 6x + y \leq 6000 \end{cases}$

A. Vrai car chez P_1 2h de travail l'A-M et chez P_2, 3H de travail l'A-M en sachant qu'on ne peut aller au-delà de 8000H l'A-M de travail.

B. Faux.

C. Faux.

D. Vrai

(18)

D'après les infos de l'énoncé :

A. Vrai

B. Vrai

C. Faux

D. Faux