

nom :.....

Prénom :.....

CNE.....

مباراة ولوج السنة الأولى للمدرسة الوطنية للفلاحة

مكناس

مادة الرياضيات

مدة الانجاز: ساعة واحدة

غشت 2012

أجب بتركيز في الحيز المخصص لذلك

التمرين الأول: (4,5 نقط) $\alpha \in [0, \pi]$ لتضع: $\alpha = \cos \alpha + i \sin \alpha$ و تعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد مقلظ مباشر (O, \vec{i}, \vec{j}) و

M و P و Q التي تعاقبا على التوالي 1 و a و $a+i$ و $a-1$.
 (1) إذا علمت النقطة M أعط طريقة لإنشاء القطبتين P و Q :
 جواب:

(ب) حدد مجموعة النقاط P عندما تتغير α على المجال $[0, \pi]$.
 جواب:

(2) لكن النقطة S ذات الحقي $1 + a + a^2$.
 (أ) أعط طريقة لإنشاء النقطة S.
 جواب:

(ب) بين أن النقط O و M و S مستقيمة.
 جواب:

(ج) حدد طبيعة المثلث OAM.
 جواب:

(3) تعتبر في C المعادلة (E) التالية: $z^2 - 2az + a^2 + 1 = 0$. حل المعادلة (E) ثم اكتب الحلين على الشكل المثلثي.
 جواب:

التمرين الثاني: (11 نقط)

تعتبر الدالة العنيدية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ متحلهاها في معلم متعامد (O, \vec{i}, \vec{j}) .

الجزء الأول:

(4) ادرس تغيرات الدالة على المجال $[0; +\infty[$.

x	0	$+\infty$
f(x)		

جواب:

(5) بين أن f محدودة على \mathbb{R} وأعط تكويلا منتظما.

جواب:

(6) انشى C_f .

جواب:

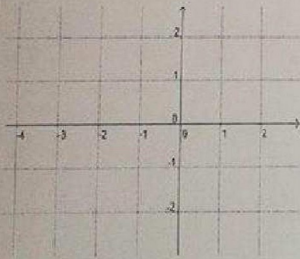
(7) تعتبر الدالة العنيدية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

(أ) بين أن g قابلة للاستتاق على \mathbb{R} وأن لكل x من \mathbb{R} : $(g(x))^2 - (g(x^{-1}))^2 = 1$

جواب:

(ب) بين أن g تقابل من \mathbb{R} نحو \mathbb{R} وأن g^{-1} دالة فردية.

جواب:



ثالثاً: g^{-1} قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} وأن: $(g^{-1})'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

جواب: g^{-1} قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} وأن: $(g^{-1})'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(9) $\lambda > 0$. احسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المكون من مجموعة النقط $M(x, y)$ بحيث: $0 \leq y \leq f(x)$ و $\lambda \leq x \leq 2\lambda$.

ثم حدد $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$

جواب: $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda) = \dots$

الجزء الثاني: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي: $u_0 = \int_0^1 f(x) dx$ و لكل n من \mathbb{N} $u_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$.

(10) احسب u_1 و u_0 و ادرس رتبة المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ ثم استنتج أنها متقاربة .

جواب: $u_1 = \dots$ و $u_0 = \dots$ و $(u_n)_{n \geq 0}$ متقاربة .

(11) بين أن لكل n من \mathbb{N} : $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$ و استنتج نهاية $(u_n)_{n \geq 0}$.

جواب: $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$ و استنتج نهاية $(u_n)_{n \geq 0}$.

التمرين الثالث: (4.5 نقط)

تتد الكرات الموجودة بصندوق بيضاء وثلثين سوداء. 50% من الكرات البيضاء تحمل الرقم 1 و 25% من الكرات السوداء تحمل الرقم 1. الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس . نسحب عشوائياً كرة من الصندوق .

نعتبر الأحداث: E "الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1" N "الكرة المسحوبة سوداء" B "الكرة المسحوبة بيضاء"

(12) احسب الاحتمالات التالية: $p(B)$ و $p(N)$ و $p_B(E)$ و $p_N(E)$ و $p(E)$

جواب: $p(B) = \dots$ و $p(N) = \dots$ و $p_B(E) = \dots$ و $p_N(E) = \dots$ و $p(E) = \dots$

(13) احسب احتمال "سحب كرة بيضاء علماً أنها تحمل الرقم 1"

جواب: $P(B|E) = \dots$

(14) نسحب بالتتابع و بإجلاء 5 كرات من الصندوق. ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل رقم 1.

حدد قانون احتمال X و احسب $E(X)$ و $V(X)$.

جواب: $E(X) = \dots$ و $V(X) = \dots$