

Nom :

Prénom :

CNE :

مباراة ولوج السنة الأولى للمدرسة الوطنية الفلاحية
مكناس

مادة الرياضيات

مدة الانجاز : ساعة واحدة

28 يوليوز 2009

أجب عن كل سؤال في الحيز المخصص له

التمرين الأول:

θ عدد حقيقي من المجال $\left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$.

نعتبر في \mathbb{C} ، مجموعة الأعداد العقدية، المعادلة التالية: $(E): z^2 \tan^2 \theta - 2z \sin \theta + 1 = 0$
(1) بين أن حلي المعادلة (E) مترافقان.

الجواب:

(2) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة (E):

الجواب:

(3) اكتب حلي المعادلة (E) على الشكل المثلثي.

الجواب:

التمرين الثاني:

لتكن المتتالية العددية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $U_0 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N} : U_{n+1} = U_n + \frac{1+U_n}{1+2U_n}$
1. بين أن المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ موجبة و تزايدية قطاعا.

الجواب:

2. بين أن المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متباعدة.

الجواب:

3. بين أن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ غير مكبورة.

الجواب:

التمرين الثالث:

لكل عدد حقيقي k غير منعدم، نعتبر الدالة العددية f_k للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$f_k(x) = \frac{e^{kx} - 1}{e^{kx} + 1}$ و C_k منحنى الدالة في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. بين أن الدالة f_k فردية واحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x)$

2. قارن $f_k(x)$ و $f_{-k}(x)$ لكل x من المجموعة \mathbb{R} ولكل k من المجموعة \mathbb{R}^* . ثم بين أنه يمكن الاقتصاد على دراسة الحالة $k > 0$ لتمثيل جميع المنحنيات C_k لكل k من المجموعة \mathbb{R}^* .

.....
.....
الجواب:

3. نفترض في كل ما يلي أن $k \geq 0$.

1.3 باستعمال مركب دالتين مناسبتين بين أن الدالة f_k تزايدية قطعاً على المجال $[0; +\infty[$.

.....
.....
الجواب:

2.3 بين أن f_k تقابل من \mathbb{R} نحو $] -1; 1[$. ثم حدد f_k^{-1} .

.....
.....
الجواب:

3.3 أنشئ في نفس المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ C_2 و Γ_2 منحنيين كل من الدالتين f_2 و f_2^{-1} على التوالي.

4.3 احسب المساحة $A(\lambda)$ للسطح المستوي المحدد

بالمنحنيين C_2 و Γ_2 والمستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي:

$x = \lambda$ و $y = 1$ ، حيث λ عدد حقيقي أكبر قطعاً من 1.

.....
.....
الجواب: