

**Concours d'accès**  
**En 1<sup>ère</sup> année du cycle normal de l'Institut Supérieur**  
**d'Etudes Maritimes au titre de l'année académique 2009/2010**

**Epreuve : Mathématiques**  
**Durée : 2 Heures**

**Exercice 1**

- 1- Déterminer les nombres complexes  $Z_1$  et  $Z_2$  tels que :  
 $(Z^2 - 4Z + 5) + i(Z + 1) = (Z - Z_1)(Z - Z_2)$  et  $|Z_1| < |Z_2|$
- 2- Résoudre dans le corps des complexes l'équation suivante :  
 $(Z^2 - 4Z + 5)^2 + (Z + 1)^2 = 0$
- 3- déterminez les réels A, B, C et D tels que :  
 $\forall x \in \mathbb{R} (x^2 - 4x + 5)^2 + (x + 1)^2 = (x^2 + Ax + B)(x^2 + Cx + D)$  avec  $C < A < B < D$

**Exercice 2**

Soient les fonctions suivantes :  $g(x) = x^2 + x + 1$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

- 4- Déterminer le domaine de définition de  $f \times g$
- 5- Trouver les solutions de  $g(x) \times f(x) = 0$  dans  $\mathbb{R}$
- 6- Déterminer les racines complexes de  $g(x)$

**Exercice 3**

Soit  $f$  une solution définie sur l'intervalle  $[-a, +a]$ , à valeurs dans  $\mathbb{R}$

- 7- Si  $f$  est impaire, calculer  $\int_{-a}^a f(t) dt$
- 8- Si  $f$  est paire, calculer  $\int_{-a}^a f(t) dt$

**Exercice 4**

Soit la fonction  $f(x) = \log(\sqrt{x^2 + 1} - x)$

- 9- Déterminer son domaine de définition
- 10- Calculer  $L_1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $L_2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  quand  $x \rightarrow +\infty$
- 11- Calculer  $f'(0)$
- 12- Ecrire l'équation de la tangente à la courbe en 0.

### Exercice 5

13- soit a et b des nombres réels non nuls, calculer l'intégrale :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2t}{a^2 \cos^2 t + b^2 + \sin^2 t} dt$$

14- calculer l'intégrale

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{1 - 3 \cos x} dx$$

### Exercice 6

Calculer les limites suivantes :

15-  $f(x) = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{x(1+x)}$  quand  $x \rightarrow 0$

16-  $f(x) = \frac{\operatorname{tg}(\sin x)}{\sin x}$  quand  $x \rightarrow 0$

17-  $f(x) = \frac{1 - \sin x}{x - \frac{\pi}{2}}$  quand  $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

18-  $f(x) = \frac{\sqrt{1 + \cos x} - 1}{x - \frac{\pi}{2}}$  quand  $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

### Exercice 7

Résoudre dans R les équations suivantes :

19-  $2 \ln 2 + \ln(x^2 - 1) = \ln(-4x - 1)$

20-  $2(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$