الشغل و الطاقة الحركية

تمرين 1

1) الطاقة الحركية للأسطوانة في إزاحة:

$E_c = \frac{1}{2}mv^2$ ت.ع. $E_c = \frac{1}{2}\times 20\times 20^2 = \underline{4,0.10^3\ J}$

2) الطاقة الحركية للأسطوانة في دوران حول محورها الثابت:

$E_c = \frac{1}{2}J_\Delta \omega^2 = \frac{1}{4}mR^2\omega^2$ ت.ع. $E_c = \frac{1}{4}\times 20\times 0,40^2\times 50^2 = \underline{2,0.10^3\ J}$

تمرين 2

قيمة الطاقة الحركية للكرية عند وصولها سطح الأرض و قيمة سرعتها:

يمكن حل المسألة بتطبيق م.ط.ح. على الكرية بين موضع إطلاقها و موضع سقوطها على الأرض.

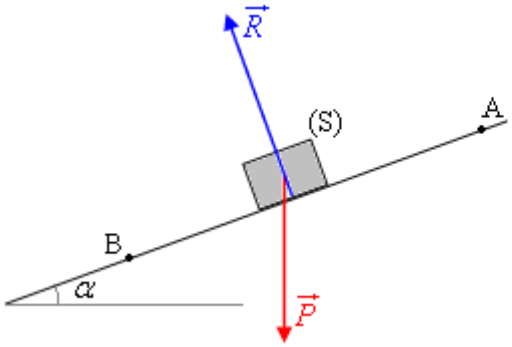
$\Delta E_c = \Sigma W \leftarrow E_c - 0 = W(\vec{P}) \leftarrow E_c = mgh$ ت.ع. $E_c = 15,0\times 10^{-3}\times 9,81\times 18,0 = \underline{2,65\ J}$

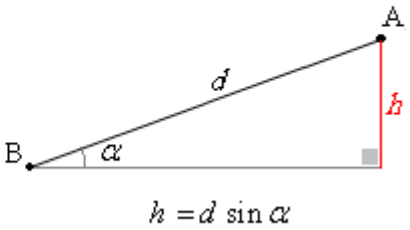
ثم بما أن: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ يستنتج: $v = \sqrt{2gh}$ ت.ع. $v = \sqrt{2\times 9,81\times 18,0} = \underline{18,8\ m.s^{-1}}$

تمرين 3

حساب قيمة الزاوية α :

تحل المسألة بتطبيق م.ط.ح. على (S) بين الموضعين البدئي A و النهائي B .





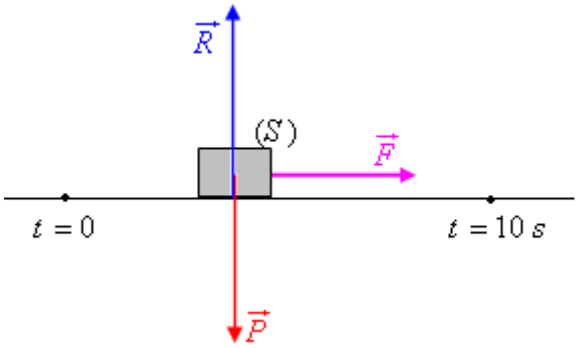
$\frac{1}{2}mv^2 = mgd\sin\alpha \leftarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh + 0 \leftarrow E_{cB} - E_{cA} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \leftarrow \Delta E_c = \Sigma W$

$\underline{\alpha = 19,0°} \leftarrow \sin\alpha = \frac{8,0^2}{2\times 9,81\times 10} = 0,326$ ت.ع. $\sin\alpha = \frac{v^2}{2gd} \leftarrow$

تمرين 4

1. قيمة سرعة (S) عند اللحظة $t = 10\ s$

تطبق م.ط.ح. على (S) بين اللحظتين $t = 0$ و $t = 10\ s$.



$$\frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 = 0 + 0 + \mathscr{P}\cdot\Delta t \quad \leftarrow \quad E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}) \quad \leftarrow \quad \Delta E_c = \Sigma W$$

$$v' = \sqrt{v^2 + \frac{2\mathscr{P}\cdot\Delta t}{m}} \quad \leftarrow$$

ت.ع. $v' = \sqrt{\left(\frac{30}{3,6}\right)^2 + \frac{2\times 66\times 10^3\times(10-0)}{1,5.10^3}} = 30,8\ m.s^{-1}$ أي: $v' = 30,8\times 3,6 = \underline{111\ km.h^{-1}}$

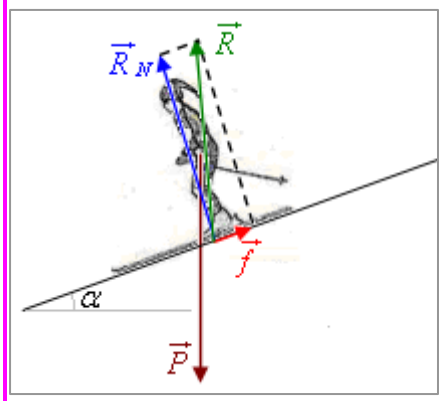
2. شدة القوة $\vec{F}$ عند اللحظة $t = 10\ s$

قدرة القوة $\vec{F}$ عند اللحظة $t = 10\ s$ هي: $\mathscr{P} = \vec{F}\cdot\vec{v}' = Fv'$ ($\vec{F}$ في اتجاه و منحى الحركة إذن مستقيمية مع $\vec{v}'$ و لهما نفس المنحى)

$$F = \frac{\mathscr{P}}{v'} \quad \leftarrow$$

ت.ع. $F = \frac{66\times 10^3}{30,8} = \underline{2,1.10^3\ N}$

تمرين 5



1. شغل القوة المرتبطة بتأثير سطح التماس على المتزلج:

تطبيق م.ط.ح. على المتزلج بين الموضعين A و B: $E_{cB} - E_{cA} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mg\cdot AB\cdot\sin\alpha + W(\vec{R}) \quad \leftarrow$$

$$W(\vec{R}) = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) - mg\cdot AB\cdot\sin\alpha \quad \leftarrow$$

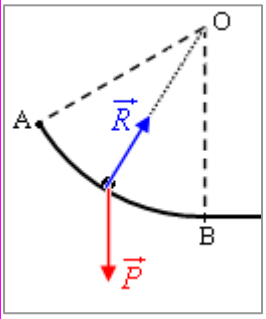
ت.ع. $W(\vec{R}) = 0,5\times 70\times(10^2 - 5^2) - 70\times 9,81\times 50\times 0,15 = \underline{-2,5.10^3\ J}$

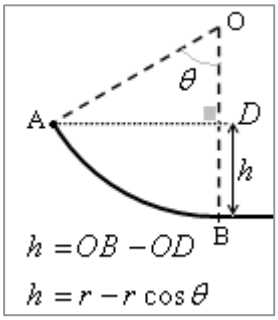
2. شدة القوة المرتبطة بتأثير سطح التماس على المتزلج:

- تحديد f: $-f\cdot AB = W(\vec{R}) \leftarrow W(\vec{R}) = W(\vec{f}) \quad \leftarrow \quad f = -\frac{W(\vec{R})}{AB}$
- تحديد R_N: المتزلج لا يتحرك منظميا: $\vec{R}_N$ و $\vec{P}_N$ متعادلتان: $R_N = mg\cdot\cos\alpha$
- استنتاج R: $R = \sqrt{R_N^2 + f^2}$

ت.ع. $f = 50,5\ N$ و $R_N = 678,9\ N \quad \leftarrow \quad \underline{R \approx 681\ N}$

تمرين 6





1. قيمة سرعة (S) في النقطة B :

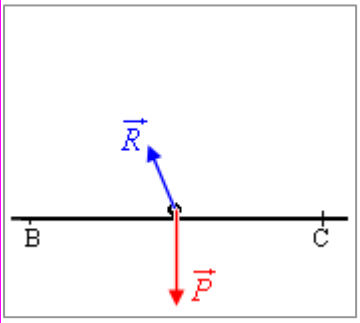
تطبيق م.ط.ح. على الجسم (S) بين الموضعين A و B :

$$E_{cB} - E_{cA} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = mg \cdot r \cdot (1-\cos\theta) + 0 \quad \leftarrow$$

$$v_B = \sqrt{2g \cdot r \cdot (1-\cos\theta)} \quad \leftarrow$$

$$v_B = \sqrt{2\times 9,81\times 0,60\times(1-\cos 60°)} = \underline{2,4\ m.s^{-1}} \qquad \text{ت.ع}$$



2. شدة قوة الاحتكاك :

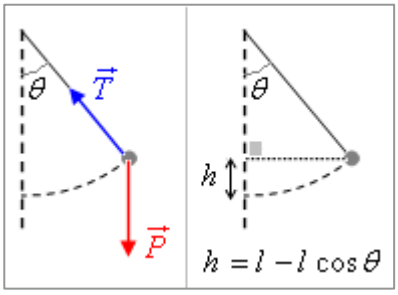
تطبيق م.ط.ح. على الجسم (S) بين الموضعين B و C : $E_{cC} - E_{cB} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$$0 - \frac{1}{2}mv_B^2 = 0 - f \cdot BC \quad \leftarrow$$

$$f = \frac{mv_B^2}{2BC} \quad \leftarrow$$

$$f = \frac{0,200\times 2,4^2}{2\times 0,80} = \underline{0,7\ N} \qquad \text{ت.ع}$$

تمرين 7



تطبيق م.ط.ح. على الكرية بين الموضعين البدئي و النهائي (موضع توازنها):

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mg \cdot l \cdot (1-\cos\theta) + 0 \quad \leftarrow \quad E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$v_B = \sqrt{2g \cdot l \cdot (1-\cos\theta)} \quad \leftarrow$$

$$v = \sqrt{2\times 9,81\times 0,30\times(1-\cos 40°)} = \underline{1,2\ m.s^{-1}} \qquad \text{ت.ع}$$

تمرين 8

خلال مرحلة التوقف تخضع الأسطوانة لوزنها $\vec{P}$ و تأثير المحور $\vec{R}$ و مزدوجة الاحتكاك ذات العزم $\mathcal{M}_f$.

عزما $\vec{P}$ و $\vec{R}$ منعدمان لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع المحور (Δ) ، و بالتالي شغلاهما منعدمان.

1. قيمة عزم مزدوجة الاحتكاك:

تطبيق م.ط.ح. على الأسطوانة بين لحظة توقيف المحرك و لحظة توقفها:

$$0 - \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2 = 0 + 0 + \mathcal{M}_f \cdot \Delta\theta \quad \leftarrow \quad E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W_f$$

$$\mathcal{M}_f = -\frac{J_\Delta\omega^2}{2\Delta\theta} \quad \leftarrow$$

$$\begin{cases} \Delta\theta = 2\pi n = 2\pi\times 120 = 240\pi\ rad \\ \omega = N\ (tr.\min^{-1})\times\dfrac{2\pi}{60} = 45\times\dfrac{2\pi}{60} = 1,5\pi\ rad.s^{-1} \end{cases} \qquad \text{ت.ع}$$

$$\mathcal{M}_f = -\frac{3.10^{-2}\times(1,5\pi)^2}{2\times 240\pi} = \underline{-4,4.10^{-4}\ N.m}$$

2 ـ شغل المحرك خلال دقيقة :

تطبيق م.ط.ح. على الأسطوانة بين لحظتين تفصل بينهما المدة $t = 1\min$:

$$E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W_f + W_m$$

$$0 = 0 + 0 + \mathcal{M}_f \cdot \Delta\theta + W_m \quad \leftarrow \quad (\text{دوران منتظم: طاقة حركية ثابتة})$$

$$0 = \mathcal{M}_f \cdot \omega \cdot \Delta t + W_m \quad \leftarrow$$

$$W_m = -\mathcal{M}_f \cdot \omega \cdot \Delta t \quad \leftarrow$$

$$W_m = -(-4,4.10^{-4}) \times 1,5\pi \times 60 = \underline{0,124\ J} \qquad \text{ت.ع.}$$

خلال مرحلة التشغيل تخضع الأسطوانة لوزنها $\vec{P}$ و تأثير المحور $\vec{R}$ و مزدوجة الاحتكاك ذات العزم $\mathcal{M}_f$ و مزدوجة المحرك ذات الشغل W_m.

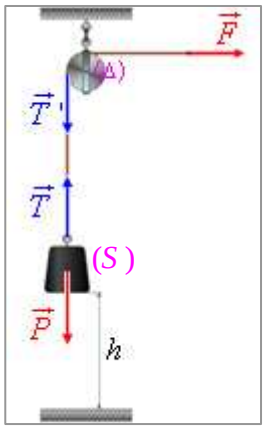
ـ قدرة المحرك:

$$\mathcal{P} = \frac{W_m}{\Delta t} \qquad \text{ت.ع.} \quad \mathcal{P} = \frac{0,124}{60} = \underline{2,0.10^{-3}\ W} \quad \leftarrow \quad \underline{\mathcal{P} = 2,0\ mW}$$

تمرين 9

1ـ شدة القوة التي يطبقها الحبل على (S) :

تطبيق م.ط.ح. على الجسم (S) بين الموضعين البدئي و النهائي بعد قطع المسافة $h = 5\ m$:



$$E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = -mgh + Th \quad \leftarrow$$

$$T = m\left(\frac{v^2}{2h} + g\right) \quad \leftarrow$$

$$T = 100 \times \left(\frac{4^2}{2 \times 5} + 9,81\right) = \underline{1\,141\ N} \qquad \text{ت.ع.}$$

2ـ شدة القوة $\vec{F}$:

تطبيق م.ط.ح. على البكرة بين الموضعين البدئي و النهائي بعد قطع المسافة $h = 5\ m$:

تخضع البكرة لوزنها $\vec{P}$ و تأثير المحور $\vec{R}$ و تأثير الخيط $\vec{T}'$ و تأثير القوة $\vec{F}$.
عزما $\vec{P}$ و $\vec{R}$ منعدمان لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع المحور (Δ) ،
و بالتالي شغلاهما منعدمان.
(لم يمثلا في الشكل)

$$E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}) + W(\vec{T}')$$

$$\left| \begin{array}{l} W(\vec{F}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \Delta\theta = +FR \cdot \Delta\theta = +F \cdot h \quad (R \cdot \Delta\theta = h) \\ W(\vec{T}') = \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}') \cdot \Delta\theta = -T'R \cdot \Delta\theta = -T \cdot h \quad (T = T') \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{2}J_\Delta \omega^2 - 0 = 0 + 0 + (F - T) \cdot h \quad \leftarrow$$

$$\frac{1}{2}J_\Delta \frac{v^2}{R^2} = (F - T) \cdot h \quad \leftarrow$$

$$F = \frac{J_\Delta \cdot v^2}{2R^2 \cdot h} + T \quad \leftarrow$$

$$F = \frac{5.10^{-3} \times 4^2}{2 \times 0,10^2 \times 5} + 1141 = \underline{1\,142\ N} \qquad \text{ت.ع.}$$