

**CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE**

Filières : Sciences Mathématiques A et B

**Epreuve de Mathématiques**

Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- Les questions sont à réponse PRÉCISE
- Les questions sont INDÉPENDANTES
- Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)

Questions	Réponses
Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition $q$ est la négation de la proposition $p$ 1. $(p) : n \in \mathbb{N}$ est pair. $(q) : n \in \mathbb{N}$ est impair. 2. $(p) : f$ est paire. $(q) : f$ est impaire. 3. $(p) : \text{Ali est Meknassi. } (q) : \text{Ali est Casablancais.}$ 4. $(p) : \text{Mohammed ne voyage jamais sans bagages.}$ $(q) : \text{Mohammed voyage toujours avec des bagages.}$	1. : ..... 2. : ..... 3. : ..... 4. : .....
Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln x - \ln y = \ln 2 \end{cases}$	$S = \dots\dots\dots$
Déterminer trois réels $a, b$ et $c$ en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 153 \end{cases}$	$S = \dots\dots\dots$
Déterminer l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$	$S = \dots\dots\dots$
Mettre sous la forme $a + ib$ ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) le nombre complexe: $z = \frac{(1+i)^2}{2-i} + \frac{3+6i}{3-4i}$	$z = (\dots\dots\dots) + i(\dots\dots\dots)$
Calculer $n = \text{card}(E)$ avec $E = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\{1, 2\}))$	$n = \dots\dots\dots$
Pour $n \in \mathbb{N}$ , calculer $A_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \max(i, j)$ sachant que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$A_n = \dots\dots\dots$
Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 3$ , calculer $B_n = \prod_{k=3}^n \frac{k^2 - 1}{k^2 + k - 6}$	$B_n = \dots\dots\dots$
On considère un segment $[A, B]$ de longueur $a$ . Soit $M_1$ le milieu de $[A, B]$ , $M_2$ le milieu de $[B, M_1]$ , $M_3$ le milieu de $[M_1, M_2]$ , $M_4$ le milieu de $[M_2, M_3]$ , etc. Pour tout $n \in \mathbb{N}$ , $M_{n+2}$ est le milieu de $[M_n, M_{n+1}]$ . Exprimer la longueur $AM_n$ en fonction de $n$	$AM_n = \dots\dots\dots$

Questions	Réponses
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10-x-6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5-x-4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \dots\dots\dots$
Quelles sont les fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \dots\dots\dots$
Déssiner l'allure d'une fonction $f$ vérifiant les conditions suivantes : (a) $f$ est continue sur $[0, 1]$ . (b) $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$ . (c) $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq x$ . (d) $f$ n'est pas bijective	
Calculer $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$ .	$L = \dots\dots\dots$
Trouver tous les polynômes $P$ vérifiant $P(2t) = P'(t)P''(t) \forall t \in \mathbb{R}$	$S = \dots\dots\dots$
On considère une fonction $h$ dérivable sur $\mathbb{R}^*$ telle que $h'(x) = \frac{1}{x}$ . On pose $F(x) = h(x + \sqrt{1+x^2})$ . Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \dots\dots\dots$
Soit $f$ la fonction réelle définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$ . On note par $g$ la fonction réciproque de $f$ . Calculer $g'(1)$ .	$g'(1) = \dots\dots\dots$
Déterminer $a, b, c$ et $d$ (4 réels) pour que $\forall x > 0$ , $\frac{a}{x+b} \leq \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \leq \frac{c}{x+d}$	$a = \dots\dots\dots$ $c = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$ $d = \dots\dots\dots$
Calculer $I = \int_0^{11}  x^2 - 5x + 6  dx$	$I = \dots\dots\dots$
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = \dots\dots\dots$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de 25cm de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a-t-il utilisé de mouchoires par jour ?	Moy/j = $\dots\dots\dots$
Une boîte de bonbons pèse 1kg. La boîte vide pèse 900g de moins que les bonbons. Quelle est le poids $P$ de la boîte ?	$P = \dots\dots\dots$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre (0, 1, ..., 9) 6 fois et 2 opérations (+, -, ×, ÷) ?	$100 = \dots\dots\dots$