



**Concours d'accès en 1<sup>ère</sup> année des ENSA Maroc**  
**Août 2014**

Epreuve de Mathématiques

Durée : 1H30 min

**Exercice 1 :**

Soit  $u_n$  et  $v_n$  les suites réelles définies par :

$$u_0 = \alpha, v_0 = \beta \text{ avec } 0 < \alpha < \beta \text{ et } \forall n \in \mathbb{N} : \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n^2}{u_n + v_n} \\ v_{n+1} = \frac{v_n^2}{u_n + v_n} \end{cases}$$

On pose :  $x_n = \frac{u_n}{v_n}$  et  $y_n = u_n - v_n$

**Q1.** La suite  $(x_n)$  :

- |   |                    |                    |            |
|---|--------------------|--------------------|------------|
| A) Converge vers $\frac{\alpha}{\beta}$ | B) Converge vers 1 | C) Converge vers 0 | D) Diverge |
|---|--------------------|--------------------|------------|

**Q2.** La suite  $(y_n)$  :

- |                                   |                                   |                    |            |
|-----------------------------------|-----------------------------------|--------------------|------------|
| A) Converge vers $\alpha - \beta$ | B) Converge vers $\alpha + \beta$ | C) Converge vers 0 | D) Diverge |
|-----------------------------------|-----------------------------------|--------------------|------------|

**Q3.** La suite  $(u_n)$  :

- |                           |                          |                    |            |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|------------|
| A) Converge vers $\alpha$ | B) Converge vers $\beta$ | C) Converge vers 0 | D) Diverge |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|------------|

**Q4.** La suite  $(v_n)$  :

- |                                   |                                   |                          |            |
|-----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------|------------|
| A) Converge vers $\alpha - \beta$ | B) Converge vers $\beta - \alpha$ | C) Converge vers $\beta$ | D) Diverge |
|-----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------|------------|

**Q5.** Soit  $\delta$  un élément de  $]0, 1[$ .

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=0}^n (1 + \delta^{2^k}) =$$

- |      |              |                         |                         |
|------|--------------|-------------------------|-------------------------|
| A) 1 | B) $+\infty$ | C) $\frac{1}{1-\delta}$ | D) $\frac{1}{1+\delta}$ |
|------|--------------|-------------------------|-------------------------|



**Exercice 2 :**

Calculer les intégrales suivantes:

Q6.  $\int_0^\pi e^t \cos 2t \, dt =$

A)  $\frac{e^\pi}{5}$

B)  $\frac{e^\pi+1}{5}$

C)  $\frac{e^\pi-2}{5}$

D)  $\frac{e^\pi-1}{5}$

Q7.  $\int_0^\pi e^t \cos^2 t \, dt =$

A)  $\frac{e^\pi-1}{5}$

B)  $\frac{4(e^\pi+1)}{5}$

C)  $\frac{3(e^\pi-1)}{5}$

D)  $\frac{e^\pi+2}{5}$

**Exercice 3:**

Soit  $f$  une fonction continue sur  $[a, b]$  et telle que :  $\forall x \in [a, b], f(a + b - x) = f(x)$ .

Q8. L'intégrale

$$\int_a^b t f(t) dt =$$

A)  $\frac{a+b}{2} \int_a^b f(t) dt$

B)  $\frac{a-b}{2} \int_a^b f(t) dt$

C)  $\frac{a}{2} \int_a^b f(t) dt$

D)  $\frac{b}{2} \int_a^b f(t) dt$

Q9. L'intégrale

$$\int_0^\pi \frac{\sin t}{3 + \cos^2 t} dt =$$

A)  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

B)  $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$

C)  $\frac{\pi}{3}$

D)  $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$

Q10. L'intégrale

$$\int_0^\pi \frac{t \sin t}{3 + \cos^2 t} dt =$$

A)  $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$

B)  $\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$

C)  $\frac{\pi^3}{6\sqrt{3}}$

D)  $\frac{\pi^2}{2\sqrt{3}}$



**Exercice 4:**

On note  $a = \frac{\sqrt[3]{41\sqrt{5}+54\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$ ,  $b = \frac{\sqrt[3]{54\sqrt{3}-41\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}$  et  $\lambda = a + b$ .

Q11. Le produit  $ab$  vaut

- |                  |                  |                  |      |
|------------------|------------------|------------------|------|
| A) $\frac{1}{3}$ | B) $\frac{2}{3}$ | C) $\frac{7}{3}$ | D) 1 |
|------------------|------------------|------------------|------|

Q12.  $\lambda$  est solution de l'équation

- |                        |                        |                   |                        |
|------------------------|------------------------|-------------------|------------------------|
| A) $x^3 - 7x - 36 = 0$ | B) $x^3 + 7x - 21 = 0$ | C) $x^3 - 7x = 0$ | D) $x^3 - 7x - 35 = 0$ |
|------------------------|------------------------|-------------------|------------------------|

Q13. La valeur de  $\lambda$  est alors

- |          |                 |                   |                  |
|----------|-----------------|-------------------|------------------|
| A) nulle | B) un réel pair | C) un réel impair | D) $\lambda > 4$ |
|----------|-----------------|-------------------|------------------|

**Exercice 5:**

Un candidat se présentant à un concours, doit répondre d'une manière successive à une série de questions  $(Q_n)_{n>0}$ . L'épreuve est présentée en ligne et autre que  $Q_1$ , l'accès à  $Q_n$  n'est possible que si le candidat donne une réponse à  $Q_{n-1}$ . On admet que:

- la probabilité de donner une bonne réponse à  $Q_1$  est 0,1.
- pour  $n > 1$ ;
  - si le candidat donne une bonne réponse à  $Q_{n-1}$ , la probabilité de donner une bonne réponse à  $Q_n$  est 0,8.
  - si le candidat donne une mauvaise réponse à  $Q_{n-1}$ , la probabilité de donner une bonne réponse à  $Q_n$  est 0,6.

On note pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $B_n$  l'évènement "L'étudiant donne une bonne réponse à la question  $Q_n$ " et  $P_n$  la probabilité de  $B_n$

Q14. La valeur de  $P_2$  est :

- |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| A) 0,52 | B) 0,59 | C) 0,54 | D) 0,62 |
|---------|---------|---------|---------|

Q15. L'étudiant a répondu correctement à la deuxième question, la probabilité qu'il ait donné une mauvaise réponse à la première vaut

- |                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| A) $\frac{27}{37}$ | B) $\frac{21}{37}$ | C) $\frac{27}{31}$ | D) $\frac{21}{31}$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|

Q16. La probabilité que le candidat ait au moins une bonne réponse aux trois premières questions est

- |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|
| A) 0,856 | B) 0,865 | C) 0,685 | D) 0,585 |
|----------|----------|----------|----------|



**Exercice 6:**

Le plan complexe  $P$  est rapporté au repère orthonormal direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ; unité graphique 1cm.  
 Soit  $A$  le point d'affixe  $3i$ . On appelle  $f$  l'application qui, à tout point  $M$  d'affixe  $z$ , distinct de  $A$ ,  
 associe le point  $M'$  d'affixe  $z'$  définie par

$$z' = \frac{3iz - 7}{z - 3i}$$

On dit que  $M$  est invariant si  $M=M'$ .

**Q17.**  $f$  admet deux points invariants  $B$  et  $C$  et on note  $z_B$  et  $z_C$  les affixes respectives. Montrer que la somme des parties imaginaires de  $z_B$  et  $z_C$  vaut

- |       |      |      |       |
|-------|------|------|-------|
| A) -6 | B) 6 | C) 5 | D) -5 |
|-------|------|------|-------|

On admet que  $B$  et  $C$  sont tels que  $|\text{im}(z_B)| > |\text{im}(z_C)|$  et on appelle  $\mathcal{E}$  le cercle de diamètre  $[BC]$ .  
 Soit  $M$  un point quelconque de  $\mathcal{E}$  différent de  $B$  et de  $C$  et  $M'$  son image par  $f$

**Q18.** Il existe un réel  $\theta$  tel que l'affixe  $z$  de  $M$  s'écrit

- |                        |                         |                         |                        |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| A) $3i - 4e^{i\theta}$ | B) $-3i - 4e^{i\theta}$ | C) $3i + 4e^{-i\theta}$ | D) $3i + 4e^{i\theta}$ |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|

**Q19.** Il existe un réel  $\theta$  tel que l'affixe  $z'$  de  $M'$  s'écrit

- |                         |                         |                          |                         |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| A) $3i - 4e^{-i\theta}$ | B) $-3i + 4e^{i\theta}$ | C) $-3i - 4e^{-i\theta}$ | D) $3i + 4e^{-i\theta}$ |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|

**Q20.** Le point  $M'$

- |  |  |                                       |  |
|--|--|---------------------------------------|--|
| A) est à l'intérieur du cercle $\mathcal{E}$ | B) est à l'extérieur du cercle $\mathcal{E}$ | C) appartient au cercle $\mathcal{E}$ | D) est le centre du cercle $\mathcal{E}$ |
|--|--|---------------------------------------|--|