تصحيح مباراة ولوج السنة الأولى لكلية الطب والصيدلة (مراكش)

2012/2011

مادة الرياضيات

السؤال Q21:

ليكن r أساس المتتالية الحسابية (u_n)، لدينا $u_n = u_p + (n-p)r$; $(\forall (n,p) \in \mathbb{N}^2)$.

ومنه:

$$\begin{aligned} u_2 + u_3 + u_4 &= u_6 - 4r + u_6 - 3r + u_6 - 2r \\ &= 3u_6 - 9r \\ &= 75 - 9r \end{aligned}$$

وبما أن: $u_2 + u_3 + u_4 = 21$ فإن $r = 6$.

وبالتالي $u_0 = u_6 - 6r = -11$

السؤال Q22:

لدينا:

$$\begin{aligned} \lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2-n+1} + \left(n^2\right)^{\frac{1}{n}} \right) &= \lim_{n\to+\infty} \left(\frac{2n}{\sqrt{n^2+n+1} + \sqrt{n^2-n+1}} + e^{\frac{1}{n}\ln\left(n^2\right)} \right) \\ &= \lim_{n\to+\infty} \left(\frac{2}{\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}} + \sqrt{1-\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}} + e^{2\frac{\ln(n)}{n}} \right) \\ &= 2 \end{aligned}$$

نذكر أن $\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(n)}{n} = 0$

السؤال Q23:

نعلم أن: h متصلة في $\frac{\pi}{3}$ إذا وفقط إذا كان $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} h(x) = h\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

نعتبر الدالة $f : x \mapsto \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث: $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

لدينا:

$$\begin{aligned} \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} h(x) &= \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)}{x-\frac{\pi}{3}} \\ &= \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{f(x) - f\left(\frac{\pi}{3}\right)}{x-\frac{\pi}{3}} \\ &= f'\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &= 2\cos\pi \\ &= -2 \end{aligned}$$

ومنه $a=-2$

السؤال Q24:

لدينا $f(x)=\ln\left(5-|x-1|-|5x-1|\right)$ ، إذن $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}\ /\ 5-|x-1|-|5x-1|>0\right\}$.

نعتبر الجدول التالي:

x	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	1	$+\infty$
$\lvert x-1\rvert$	$1-x$	$1-x$	$x-1$	
$\lvert 5x-1\rvert$	$1-5x$	$5x-1$	$5x-1$	
$5-\lvert x-1\rvert-\lvert 5x-1\rvert$	$3+6x$	$5-4x$	$7-6x$	

إذن:

$$D_f=\left]-\infty;\frac{1}{5}\right]\cap\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[\cup\left[\frac{1}{5};1\right]\cap\left]-\infty;\frac{5}{4}\right[\cup\left]1;+\infty\right[\cap\left]-\infty;\frac{7}{6}\right[$$
$$=\left]-\frac{1}{2};\frac{7}{6}\right[$$

يمكن ملاحظة أن 0 و1يقبلان صورة بالدالة f و المجال الوحيد من بين المجالات المقترحة الذي يحتوي على العددين 0 و 1 هو $\left]-\frac{1}{2};\frac{7}{6}\right[$.

السؤال Q25:

لدينا : $\forall(p,r)\in\mathbb{R}^2,\ p+(p+r)+(p+2r)+\cdots+d=\left(\frac{d-p}{r}+1\right)\left(\frac{p+d}{2}\right)$ (مجموع حدود متتالية حسابية أساسها r)

إذن:

$$f(-1)=1-2+3-4+\cdots+99-100$$
$$=\sum_{k=0}^{49}(2k+1)-\sum_{k=1}^{50}2k$$
$$=\left(\frac{99-1}{2}+1\right)\times\frac{1+99}{2}-\left(\frac{100-2}{2}+1\right)\times\frac{2+100}{2}$$
$$=-50$$

السؤال Q26:

لثلاثية الحدود x^2-x-1 جذرين مخلفين هما: $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

إذن: $x^2-x-1=\left(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

ومنه:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2-x-1}dx = \frac{1}{\sqrt{5}}\int_0^1 \left(\frac{1}{x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}} - \frac{1}{x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}}\right)dx$$
$$= \left[\ln\left|x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right| - \ln\left|x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right|\right]_{x=0}^{x=1}$$
$$= \frac{2}{\sqrt{5}}\ln\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$$

السؤال Q27:

لدينا $P(i)=0$ ومنه: $P(z)=(z-i)\left(z^2+\sqrt{3}z+1\right)$

مميز المعادلة $z^2+\sqrt{3}z+1=0$ هو $\Delta=-1=i^2$ ، إذن للمعادلة حلين مترافقين هما $z_1=\frac{-\sqrt{3}+i}{2}$ و $z_2=\frac{-\sqrt{3}-i}{2}$

ومنه مجموعة حلول المعادلة $P(z)=0$; $z\in\mathbb{C}$ هي: $S=\left\{i;-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i;-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right\}$.

السؤال Q28:

الدالة $u:x\mapsto \sin x-\frac{2}{3}(\sin x)^3$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$، ولدينا:

$\forall x\in\mathbb{R}$; $u'(x)=\cos x-2\sin^2 x\cos x=\cos x\left(1-2\sin^2 x\right)=\cos x\cos 2x$.

وبما أن $u(0)=0$ فإن الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto\cos x\cos 2x$ على $\mathbb{R}$ التي تأخذ القيمة 0 في النقطة 0 هي الدالة المعرفة بما يلي:

$$x\mapsto \sin x-\frac{2}{3}(\sin x)^3$$

السؤال Q29:

معادلة المستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الأفصول 1 هي: $y=f'\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)\left(x-e^{-\frac{1}{2}}\right)+f\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)$.

لدينا: $\forall x\in\mathbb{R}^{+*}$; $f'(x)=\frac{1}{x^2}\left(\frac{1}{x}\times x-1-\ln x\right)=\frac{-\ln x}{x^2}$

ومنه $f'\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)=\frac{e}{2}$ مع $f\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)=\frac{e^{\frac{1}{2}}}{2}$.

وبالتالي معادلة المستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الأفصول $e^{-\frac{1}{2}}$ هي: $y=\frac{e}{2}x$

السؤال Q30:

في المعلم المتعامد الممنظم المباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ لدينا $A\left(1;\sqrt{3}\right)$ و $B(-1;-1)$ و $C\left(-2-\sqrt{3};1\right)$.

إذن $\overrightarrow{AB}\left(-2;-1-\sqrt{3}\right)$ و $\overrightarrow{AC}\left(-3-\sqrt{3};1-\sqrt{3}\right)$ و $\overrightarrow{BC}\left(-1-\sqrt{3};2\right)$.

بما أن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ فإن المثلث ABC قائم الزاوية في B.

مادة الفيزياء

سؤال 1 يعبر عن سرعة انتشار موجة بالعلاقة : $\upsilon=\frac{d}{\Delta t}$ حيث d : المسافة التي قطعتها الموجة وخلال المدة الزمنية Δt.

بالنسبة لحبل طوله L وخلال مدة زمنية Δt : $\upsilon_0=\frac{L}{\Delta t}$ وبالنسبة لحبل طوله $3L$ وخلال مدة زمنية Δt : $\upsilon'=\frac{3L}{\Delta t}$.

نقصي الزمن Δt فنتوصل إلى $\frac{\upsilon'}{\upsilon_0}=\frac{3L}{L}=3$ ، ومنه نستنتج $\upsilon'=3\upsilon_0$.

سؤال 2 لدينا الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام باستعمال العلاقة المستقلة عن الزمن نكتب : $\upsilon^2-\upsilon_0^2=2gh$.

الجسم ينطلق بدون سرعة بدئية $\upsilon_0=0$ ، إذن : $\upsilon=\sqrt{2gh}$ ومنه : $\upsilon=\sqrt{2\times9{,}81\times120}=48{,}52m/s$

سؤال 3 نعلم أن : $P=U.I$ (1)، مع P القدرة الكهربائية (W).

وحسب قانون أوم بالنسبة لموصل أومي مقاومته R : $U=R.I$ إذن : $I=\frac{U}{R}$.

هكذا تصبح العلاقة (1) : $P=\frac{U^2}{R}\Rightarrow R=\frac{U^2}{P}$ ، تطبيق عددي : $R=\frac{(220)^2}{100}=242\Omega$.

سؤال 4 يعبر عن التوتر بين مربطي وشيعة U_L مقاومتها مهملة بالعلاقة : $U_L=L.\frac{di}{dt}$ أي : $U_L=L.\frac{d}{dt}\left(\frac{10t}{4+5t}\right)$ ومنه

$U_L=L.\frac{40}{(4+5t)^2}$ ، إذن معامل تحريض الوشيعة يكتب كالتالي : $L=\frac{U_L}{40}(4+5t)^2$.

عند اللحظة $t=3.10^{-3}s$ نجد : $L=0{,}6H$.

سؤال 5 تعبير الطاقة المخزونة في المكثف ذو السعة C يكتب كالتالي : $\xi=\frac{1}{2}C.U_C^2$.

تطبيق عددي : $\xi=0{,}5.1{,}4.10^{-6}.(3)^2=12{,}6.10^{-6}J=12{,}6\mu J$.

سؤال 6 الشغل الجزئي δw للقوة المطبقة من طرف نابض خلال الانتقال الجزئي $\overrightarrow{\delta l}$ هو: $\delta w=\vec{T}.\overrightarrow{\delta l}$ أي: $\delta w=-K_x\vec{i}.\delta x\vec{i}$

ومنه : $W(\vec{T})=\int_{x1}^{x2}-K_x dx=K\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x2}^{x1}=\frac{K}{2}(x_1^2-x_2^2)$

سؤال 7 المعادلة الزمنية لحركة M تكتب : $\theta(t)=4t+2{,}5$ ، النقطة M تنجز دورتين، أي : $\theta=2\times2\pi=4\pi$.

وبالتالي : $4\pi=4t+2{,}5$. المدة الزمنية اللازمة لكي تنجز النقطة M دورتين هي : $t=2{,}5s$.

سؤال 8 معادلة التفتت هي : $^{222}_{86}Rn\longrightarrow{}^{A}_{Z}Y+{}^{4}_{2}He$ ، وحسب قانون الإنحفاظ نكتب :

$$\begin{cases}222 = A + 4\\86 = Z + 2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A = 222 - 4\\Z = 86 - 2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A = 218\\Z = 84\end{cases}$$ إذن : ${}^{A}_{Z}Y = {}^{218}_{84}Po$

سؤال 9 تتحول ن ويدة الراديوم إلى نويدة الرصاص بعد سلسلة من التفتتات التلقائية والمتتالية من طراز α و β^-.

إذن معادلة التفتت : ${}^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{4}_{2}He + y\,{}^{0}_{-1}e$ وحسب قانون الإنحفاظ نكتب :

$$\begin{cases}226 = 206 + 4x\\88 = 82 + 2x - y\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}4x = 222 - 206\\y = 2x + 82 - 88\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x = 20/\,4 = 5\\y = 2\times 5 - 6 = 4\end{cases}$$

إذن : نحصل على 5 تفتتات من نوع α و 4 من نوع β^-.

سؤال 10 حسب قانون التناقص الإشعاعي نكتب : $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$ مع $m(t)$ الكتلة المتبقية.

ولدينا : $m' = m_0 - m(t) = 9.10^{-3} g$

أي : $m' = m_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$

إذن : $\dfrac{m'}{m_0} = 1 - e^{-\lambda t}$

ومنه : $e^{-\lambda t} = 1 - \dfrac{m'}{m_0}$

وبالتالي : $-\lambda t = \ln\left(1 - \dfrac{m'}{m_0}\right)$

فنحصل على تعبير الزمن : $t = \dfrac{-1}{\lambda}\ln\left(1 - \dfrac{m'}{m_0}\right)$

ونعلم أن : $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$

إذن : $t = \dfrac{-t_{1/2}}{\ln(2)}\ln\left(1 - \dfrac{m'}{m_0}\right)$

تطبيق عددي : $t = \dfrac{-14{,}2}{0{,}693}\ln\left(1 - \dfrac{9}{12}\right) = 28{,}4\,j$

مادة الكيمياء

سؤال 11 معادلة احتراق الألومنيوم في الأكسجين : $4Al_{(S)} + 3O_{2(g)} \longrightarrow 2Al_2O_{3(S)}$ ، وحسب المعاملات التناسبية نكتب

$$\frac{n(Al)}{4} = \frac{n(Al_2O_3)}{2} \Rightarrow m(Al_2O_3) = \frac{m(Al)}{2M(Al)}M(Al_2O_3)$$

تطبيق عددي : $m(Al_2O_3)=\frac{2,7\times 102}{2\times 27}$

إذن الكتلة المتكونة من $Al_2O_{3(S)}$ أثناء التفاعل هي : $m(Al_2O_3)=5,1g$.

سؤال 12 ننمذج تفكك حمض الميثانويك كالتالي : $HCOOH_{(aq)}+H_2O_{(l)}\rightleftharpoons HCOO^-{}_{(aq)}+H_3O^+{}_{(aq)}$

K_A تابثة التوازن تكتب : $K_A=\frac{[HCOO^-][H_3O^+]}{[HCOOH]}$ و $C=[HCOOH]$.

ومن خلال معادلة التفاعل لدينا : $[HCOO^-]=[H_3O^+]$

ونعلم أن : $[H_3O^+]=10^{-pH}=10^{-2,9}$

يصبح تعبير K_A كالتالي : $K_A=\frac{[H_3O^+]^2}{C}$

إذن : $K_A=\frac{10^{-(2\times 2,9)}}{10^{-2}}=10^{2-5,8}=10^{-3,8}$

سؤال 13 ننمذج ذوبان كبريتات الحديد في الماء بالمعادلة : $Fe_2(SO_4)_3,6H_2O\longrightarrow 2Fe^{3+}+3SO_4^{2-}$.

نضع $Fe_2(SO_4)_3,6H_2O=A$ ، وحسب المعاملات التناسبية لدينا : $n(A)=\frac{n(Fe^{3+})}{2}$.

إذن : $[Fe^{3+}]=\frac{n(Fe^{3+})}{V}=\frac{2n(A)}{V}=\frac{2m(A)}{V.M(A)}$

حيث $[Fe^{3+}]$ التركيز الفعلي لأيونات Fe^{3+} ، و V الحجم الكلي للمحلول و الكتلة المولية للمركب A هي :
$M(A)=496g/mol$.

تطبيق عددي : $[Fe^{3+}]=\frac{2\times 2,2}{0,05\times 496}=0,22mol/L$

سؤال 14 أنصاف المعادلة : $MnO_4^-+8H^++5e^-\rightleftharpoons Mn^{2+}+4H_2O$ و $Fe^{2+}\longrightarrow Fe^{3+}+e^-$.

المعادلة الحصيلة : $MnO_4^-+5Fe^{2+}+8H^+\longrightarrow Mn^{2+}+5Fe^{3+}+4H_2O$.

عند التكافؤ : $\frac{C_1V_1}{5}=C_2V_2$ إذن : $C_1=5\frac{C_2V_{BE}}{V}=\frac{5\times 2\times 10^{-2}\times 16,8}{10}=0,168mol/L$.

سؤال 15 يصنع الإستر انطلاقا من تفاعل الأندريد (A) مع الكحول (B) وفق المعادلة : (سؤال 16)

الخليط ستوكيومتري : $n(A)=n(B)$ إذن : $m(B)=m(A)\frac{M(B)}{M(A)}$

إذن الكتلة المتفاعلة من الكحول (B) هي : $m(B)=\frac{6,5(4\times 12+10+16)}{6\times 12+3\times 16+10}=3,7g$

سؤال 16 المعادلة المنمذجة للتفاعل هي : $CH_3COOH + C_6H_5CH_2OH \rightleftharpoons Ester + H_2O$.

الجدول الوصفي :

	Acide +	Alcool ⇌	Ester +	H_2O
t = 0	0,3	0,3	0	2
t_f	$0,3 - x_f$	$0,3 - x_f$	x_f	x_f

يبقى في الوسط التفاعلي $0,1mol$ من الحمض، أي أن التقدم هو $x_f = 0,2mol$.

ومنه نستنتج أن : $K = \frac{[Ester][H_2O]}{[Acide][Alcool]} = \frac{x.x}{(0,3-x_m)(0,3-x_m)} = \frac{0,2^2}{0,1^2} = 4$.

سؤال 17 المعادلة التفاعل الحاصل تكتب كالتالي : $2Fe^{3+} + Fe \longrightarrow 3Fe^{2+}$

كمية المادة البدئية للمتفاعل Fe^{3+} هي : $n_0(Fe^{3+}) = C.V = 0,5mol$

كمية المادة البدئية للمتفاعل Fe هي : $n_0(Fe) = 0,625mol$

جدول التطور :

	$2Fe^{3+}$ +	Fe ⟶	$3Fe^{2+}$
t = 0	0,5	0,625	0
t_f	$0,3 - 2\,x_f$	$0,625 - x_f$	$3\,x_f$

تحديد التقدم القصوي، حسب الجدول لدينا : $x_m = 0,625mol$ أو $x_m = \frac{0,5}{2} = 0,25mol$

وتكون قيمة التقدم القصوي هي الأصغر أي $x_m = 0,25mol$

إذن كمية مادة الحديد المتبقية هي : $n_f(Fe) = 0,625 - 0,25 = 0,375mol$

ونعلم أن : $n_f(Fe) = \frac{m_f(Fe)}{M(Fe)} \Rightarrow m_f(Fe) = n_f(Fe).M(Fe)$

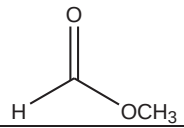
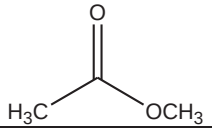
تطبيق عددي : $m_f(Fe) = 0,375 \times 56 = 21g$

سؤال 18 لدينا : $pH = -\log(C)$ أي $pH = -\log(5\times10^{-3}) = 2,5 \neq 3,3$ ، ومنه نستنتج أن : $pH \neq -\log(C)$.

إذن الحمض HA حمض ضعيف.

سؤال 19 حسب علاقة التخفيف نكتب : $CV_2 = C_2V_3$ إذن : $V_2 = \frac{C_2V_3}{C} = \frac{0,01\times50}{0,1} = 5mL$

سؤال 20 الصيغة العامة للإستر $C_nH_{2n}O_2$ ، أمثلة :

$C_2H_4O_2$		n = 2
$C_3H_6O_2$		n = 3