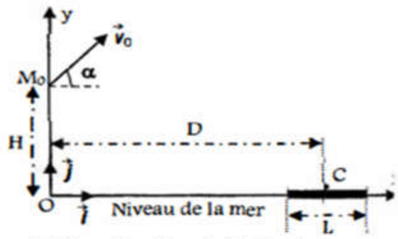
Exercices mvt plan et chute verticale dans un fluide

Exercice 1

I/ Un canon lance un projectile de masse m, supposé ponctuel, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale à partir d'un point M_0 situé à la hauteur H au-dessus du niveau de la mer.
Le mouvement du projectile est étudié dans le repère (Ox,Oy) de plan vertical, d'origine O et de vecteurs unitaires $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
L'axe horizontal Ox est pris sur le niveau de la mer.
Dans toute la suite on néglige l'action de l'air.



1/ Faire le bilan des forces appliquées au projectile puis déterminer les composantes de l'accélération du mouvement.

2/ En déduire les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}$ du projectile et celles du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ à chaque instant en fonction v_0, g et H.

3/ Le projectile tombe en un point C centre d'un bateau tel que OC = D.

a/ Trouver l'expression du temps de vol t_1 mis par le projectile pour atteindre le point C en fonction de D, V_0 et α.

b/ Donner, en fonction de α, g, H et D, l'expression de v_0 pour qu'il tombe effectivement au point C.
Faire l'application numérique.

c/ Etablir l'expression de la hauteur maximale h_m atteinte par le projectile par rapport au niveau de la mer en fonction de D, H et α.

II/ Le projectile est maintenant lancé à partir du point O origine du repère avec un vecteur vitesse V'_0. Le bateau a une longueur L et de même direction que Ox.
Le projectile tombe à une distance $d = \frac{L}{2}$ au-delà de la cible C quand V'_0, fait un angle α' avec l'horizontale. Le bateau est supposé immobile pendant toute la durée du tir. Calculer la valeur de V'_0.
On donne: $g = 10\ m.s^{-2}$; $D = 1km$; $L = 20\ m$; $H = 80\ m$; $\alpha = 30°$ et $\alpha' = 45°$.

Exercice 2

On étudie le mouvement d'une bille B en plomb de rayon r, de masse m, tombant sans vitesse initiale dans un réservoir de grandes dimensions rempli d'éthanol liquide de masse volumique ρ_e. Sur la bille en mouvement s'exercent:

▶ Son poids $\vec{P}$,

▶ La résistance $\vec{f}$ du fluide, qui est une force colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse instantanée de la bille, d'intensité $f = 6\pi\eta r v$, expression où η est la viscosité de l'éthanol supposée constante, v la valeur de la vitesse instantanée de la bille et r son rayon.

▶ La poussée d'Archimède $\vec{F}$ qui est une force verticale orientée vers le haut, d'intensité $F = \rho_e V g$, relation où ρ_e est la masse volumique de l'éthanol, V le volume de la bille et g l'intensité de la pesanteur.

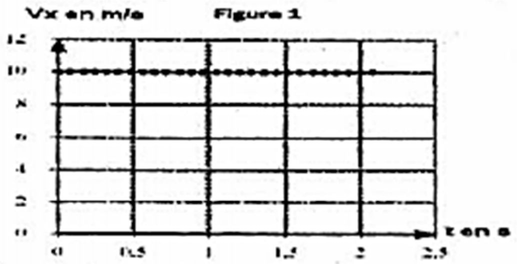
On donne: $g = 9,8\ m.s^{-2}$; $\rho_e = 0,789\ g/cm^3$; $\rho_{Pb} = 11,35\ g/cm^3$; rayon de la bille $r = 0,5\ mm$; Volume de la bille $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

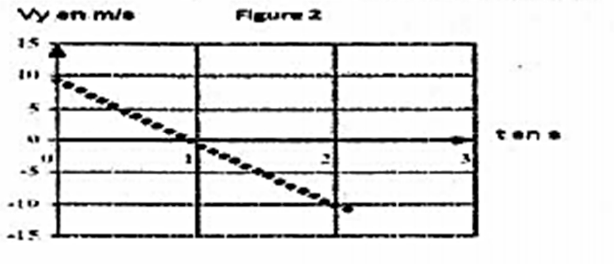
1/ Représenter sur un schéma les forces appliquées à la bille a un instant ou sa vitesse est $\vec{v}$.
2/ Montrer, par application de la deuxième loi de Newton, que l'équation différentielle du mouvement de la bille s'écrit: $\frac{dv}{dt} + \alpha v = \frac{1}{\tau}$; où α et τ sont des constantes.
3/ Donner l'expression de α en fonction de ρ_{Pb}, r et η (viscosité de l'éthanol) puis exprimer τ en fonction de g, ρ_e et ρ_{Pb}. Vérifier que $\tau = 0,11\ s^2.m^{-1}$.
4/ Montrer l'existence d'une vitesse limite. Préciser son expression en fonction de α et τ.
5/ On trouve expérimentalement que $V_{lim} = 4,77\ m/s$. Quelle valeur de α peut-on en déduire ?
6/ Déterminer la valeur de la viscosité η de l'éthanol.

Exercice 3

Lors des derniers championnats du monde d'athlétisme qui eurent lieu à Paris en août 2003, le vainqueur de l'épreuve du lancer de poids a réussi un jet à une distance D = 21,69 m. L'entraineur de l'un de ses concurrents souhaite étudier ce lancer. Il cherche à déterminer les conditions initiales avec lesquelles cette performance a pu être réalisée par le vainqueur de l'épreuve. Il dispose pour cela d'enregistrements relatifs à la vitesse du boulet (nom donné au « poids »). Pour simplifier, l'étude porte sur le mouvement du centre d'inertie du boulet
dans le référentiel terrestre où on définit le repère d'espace (O,x,y) où:
▶Oy est un axe vertical ascendant passant par le centre d'inertie du boulet à l'instant où il quitte la main du lanceur.
▶Ox est un axe horizontal au niveau du sol.
L'origine des temps t = 0 est prise au moment du lancer du boulet où son centre d'inertie est situé à la distance verticale
h = 2,62 m du sol.

1/ Exploitation des enregistrements.
L'entraineur a obtenu les graphes, en fonction du temps, des composantes horizontale V_x et verticale V_y du vecteur-vitesse instantanée (figures 1 et 2 ci-dessous).
Pour chacun des graphes, les dates correspondant à deux points successifs sont séparées par le même intervalle de temps.





a/ En utilisant la figure 1, déterminer:

▶ la composante V_{0x} du vecteur-vitesse du centre d'inertie du boulet à l'instant de date t = 0 s.

▶ la nature du mouvement de la projection du centre d'inertie du boulet sur l'axe Ox.

b/ En utilisant la figure 2, déterminer:

▶ la composante V_{0y} du vecteur-vitesse à l'instant de date t = 0 s.

▶ la nature du mouvement de la projection du centre d'inertie du boulet sur l'axe Oy.

c/ Exprimer les composantes V_{0x} et V_{0y} en fonction de la valeur V_0 du vecteur-vitesse initiale et de l'angle α de ce vecteur avec l'horizontale.

d/ En déduire la valeur de V_0 et celle de l'angle α.

2/ Etude théorique du mouvement.

a/ Par application du théorème du centre d'inertie, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, déterminer le vecteur-accélération du centre d'inertie du boulet lors du mouvement.

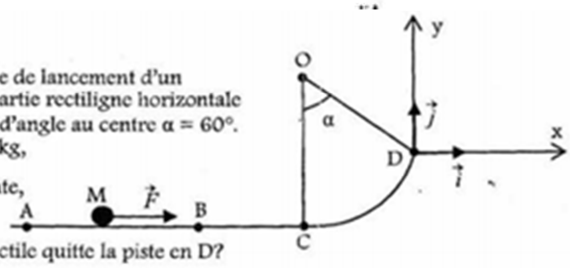
b/ En déduire les équations, en fonction du temps, des composantes V_x et V_y du vecteur-vitesse instantané $\vec{V}$. Ces équations sont-elles en accord avec les graphes des figures 1 et 2 ?

c/ Etablir les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement. En déduire l'équation de la trajectoire.

Représenter cette trajectoire et le vecteur-vitesse $\vec{V}_0$ au point de départ du boulet.

On prendra : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

Exercice 4



On néglige tous les frottements et on prendra $g = 10\ m/s^2$. La piste de lancement d'un projectile M est située dans un plan vertical ; elle comprend une partie rectiligne horizontale ABC et une portion circulaire CD, centré en O, de rayon R = 1 m, d'angle au centre $\alpha = 60°$. Le projectile M, assimilable à un point matériel de masse m = 0,5 kg,

est lancé sans vitesse initiale, suivant AB, avec une force $\vec{F}$ constante, horizontale, s'exerçant entre A et B sur la distance AB = 1 m.

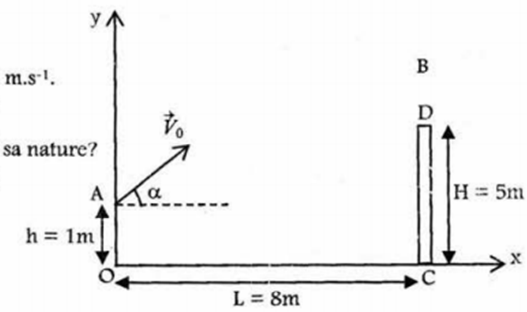
1/ Quelle intensité minimum faut-il donner à $\vec{F}$ pour que le projectile quitte la piste en D?

2/ a/ Avec quelle vitesse $\vec{V_D}$ le projectile quitte-t-il la piste en D quand F = 150 N ?

b/ Donner l'équation de sa trajectoire dans un repère orthonormé d'origine D $(D,\vec{i},\vec{j})$; $\vec{D}_x$ parallèle à ABC. la hauteur maximale atteinte au-dessus de l'horizontale ABC?

3/ Quelle est l'intensité de la force exercée par le projectile sur la piste, lorsqu'il quitte, en D, avec la vitesse $\vec{V}_D$?

Exercice 5



Donnée: $g = 10\ m.s^{-2}$

Un projectile considéré comme ponctuel est lancé, dans le champ de pesanteur, à partir d'un point A situé à la distance h = 1 m du sol, avec une vitesse faisant un angle α avec l'horizontale et de valeur $V_0 = 16\ m.s^{-1}$.

Un mur de hauteur H = 5 m est disposé à la distance L = 8 m du lanceur.

1/ Etablir l'équation du mouvement du projectile dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2/ Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du projectile. Quelle est sa nature?

3/ Entre quelles valeurs doit être compris l'angle α pour que le projectile passe au-dessus du mur ?

4/ On fixe la valeur de α à 45°.

a/ Soit B le point de passage du projectile au-dessus du mur. Calculer la distance d séparant le sommet du mur au point B.

b/ Soit V_B la vitesse du projectile au point B.

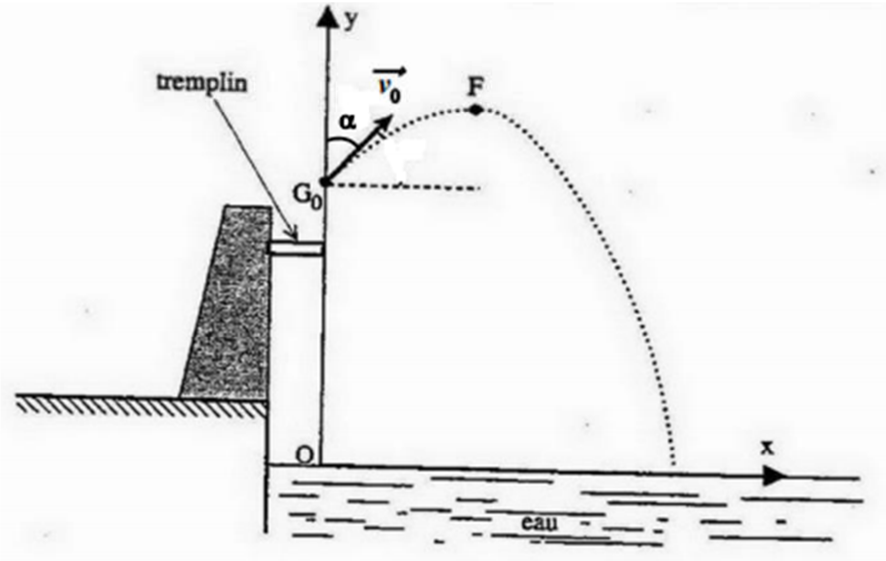
Notons β l'angle formé par la vitesse $\vec{V}_B$ et l'horizontale $\beta = (Ox, \vec{V}_B)$. Calculer β.

c/ Calculer l'altitude maximale Y_{max} atteinte par le projectile. Déterminer la portée X du tir.

Exercice 6

Étude d'un plongeon

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie d'un plongeur au cours d'un saut modélisé type « saut de l'ange ». On négligera dans tout l'exercice le mouvement de rotation du plongeur autour de son centre d'inertie ainsi que la résistance de l'air. Le repère d'étude (xOy) est défini à partir du schéma ci-dessous.



Après s'être lancé, le plongeur quitte le tremplin à l'instant de date t = 0 avec un vecteur vitesse $\vec{v_0}$ incliné de α = 50° par rapport à la verticale passant par O. Son centre d'inertie est alors au point G_0 de coordonnées $x_0 = 0$ et $y_0 = 6$ m. On donne : g = 9,8 m/s².

1. Montrer que le mouvement du plongeur est plan et préciser le plan dans lequel se déroule ce mouvement.
2. Établir l'équation littérale de la trajectoire du plongeur en fonction des données.
3. Le sommet de la trajectoire est atteint au point F d'abscisse x_F.

   3.1 Établir l'expression littérale de y_F et x_F en fonction des données.

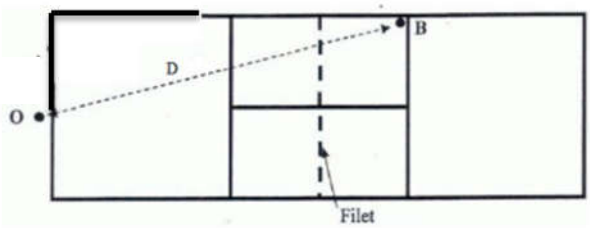
   3.2 Pour x_F = 1 m

   3.2.1 Déterminer la vitesse initiale v_0.

   3.2.2 Calculer y_F.
4. À quelle distance d du point O le plongeur touche-t-il l'eau ?

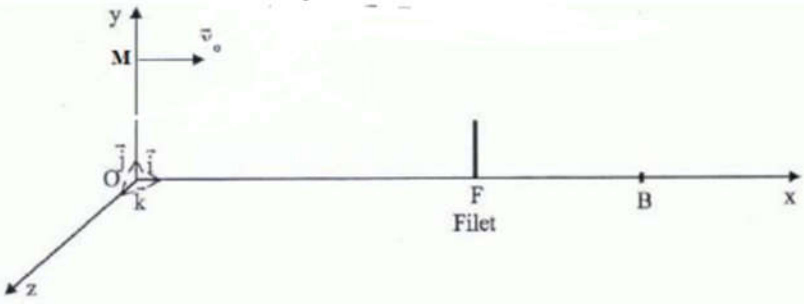
Exercice 7 : Un service au tennis

Un terrain de tennis est un rectangle de longueur L = 23,8 m et de largeur l = 8,23 m. Il est séparé en deux dans le sens de la largeur par un filet dont la hauteur est h = 0,920 m.
Lorsqu'un joueur effectue un service, il doit envoyer la balle dans une zone comprise entre le filet et une ligne située à d = 6,40 m du filet.
On étudie un service du joueur placé au point O.



Ce joueur souhaite que la balle frappe le sol en B tel que OB = D = 18,7 m.
Pour cela, il lance la balle verticalement et la frappe avec sa raquette en un point M situé sur la verticale de O à la hauteur H = 2,20 m.
La balle part alors de M avec une vitesse de valeur v_0 = 126 km.h^{-1}, horizontale comme le montre le schéma ci-dessous.

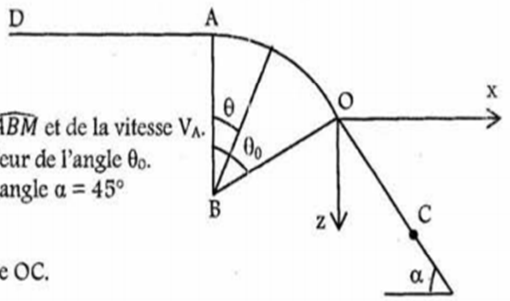
La balle de masse m = 58,0 g sera considérée comme ponctuelle et on considérera que l'action de l'air est négligeable.
L'étude du mouvement sera faite dans le référentiel terrestre, galiléen, dans lequel on choisit un repère Oxyz comme l'indique le schéma ci-dessous :



1. **Équations horaires paramétriques et trajectoire.**
   1.1 Établir l'expression du vecteur accélération de la balle au cours de son mouvement.
   1.2 Établir les équations horaires paramétriques du mouvement de la balle.
   1.3 En déduire l'équation littérale de la trajectoire de la balle dans le plan (xOy).
2. **Utilisation de la trajectoire : qualité du service**
   2.1 Sachant que la distance OF = d_1 = 12,2 m, la balle, supposée ponctuelle, passe-t-elle au-dessus du filet ?
   2.2 Montrer que le service sera considéré comme mauvais, c'est-à-dire que la balle frappera le sol en un point B' tel que OB' soit supérieur à OB.
   2.3 En réalité, la balle tombe en B. Quel est le paramètre, non pris en compte dans ce problème, qui peut expliquer cette différence ?
3. **Vitesse de la balle au point de chute.**
   Établir l'expression de la vitesse $v_{B'}$ de la balle lorsqu'elle frappe le sol. Calculer cette vitesse.

Exercice 8

Un skieur glisse sur une piste horizontale DA, à vitesse constante.
En A, il aborde une piste circulaire de rayon r = AB. (B est sur la verticale passant par A. On admet que le skieur est assimilable à un point matériel M dont la trajectoire suit la forme de la piste.



1/ Etablir l'expression littérale de la vitesse $\vec{V}_M$ en fonction de l'angle $\theta = \widehat{ABM}$ et de la vitesse V_A.
2/ Le skieur quitte la piste en un point O tel que $\theta_0 = \widehat{ABO}$. Calculer la valeur de l'angle θ_0.
3/ Au même point O commence une troisième partie rectiligne faisant un angle α = 45° avec la verticale.
a/ Donner l'équation de la trajectoire de M dans le repère (O, x, z).
b/ Le skieur arrive sur la piste de réception au point C ; calculer la distance OC.
Données : V_A = 10 m.s^{-1} ; AB = r = 20 m ; $g = 10\ m.s^{-2}$.