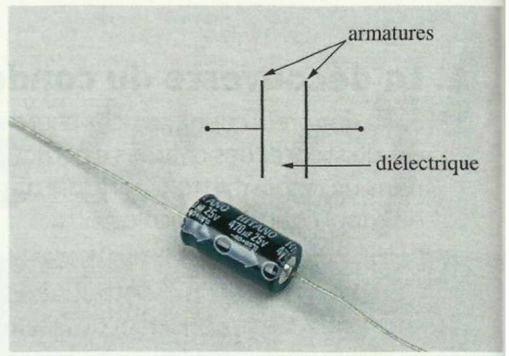
Physique 6 : Le dipôle (R, C)

Dans les dispositifs électroniques comme les flashs des appareils photographiques, on trouve une grande variété de condensateurs. Quel est leur rôle dans les circuits électriques ?



Doc. 1 *Un condensateur et son symbole.*

1. Quel est le comportement d'un condensateur dans un circuit électrique ?

Un condensateur comporte deux **armatures** métalliques en face l'une de l'autre et séparées par un isolant appelé le **diélectrique** (air, papier, céramiques...) (voir l'*activité préparatoire A*, page 133, et le **document 1**).

1.1 La charge électrique sur les armatures

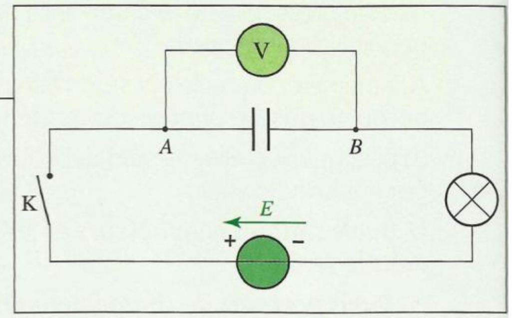
Le rôle d'un condensateur est de stocker des charges électriques. Comment charger un condensateur ?

Activité 1

Comment se comporte un condensateur dans un circuit ?

Réaliser le circuit du **document 2** : il comporte un condensateur, une lampe, un générateur de tension continue et un interrupteur.

Que se produit-il lorsqu'on ferme l'interrupteur ?



Doc. 2 *Montage permettant d'étudier le comportement d'un condensateur dans un circuit électrique.*

> Observation

Lorsque nous fermons l'interrupteur, la lampe s'éclaire, puis s'éteint progressivement. Le voltmètre indique une tension aux bornes du condensateur, même après que la lampe se soit éteinte.

> Interprétation

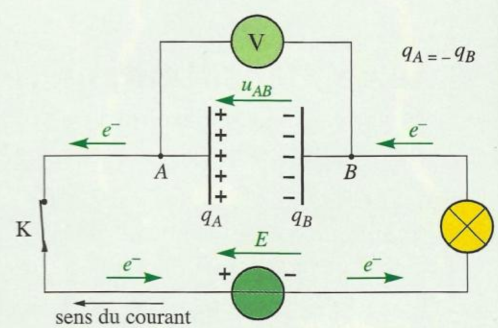
Le courant est transitoire, de courte durée. Ce courant étant dû à un déplacement d'électrons dans le circuit, il provoque une accumulation d'électrons sur l'armature B reliée à la borne (–) du générateur et un défaut d'électrons sur l'armature A. L'armature A, reliée à la borne (+), se charge positivement et l'armature B négativement **[Doc. 3]**. Une tension électrique apparaît entre les armatures ; le condensateur se charge.

Le courant ne peut circuler durablement, car le circuit est coupé par la présence d'un isolant : le diélectrique du condensateur.

Nous admettrons qu'à chaque instant, les armatures A et B portent des charges électriques opposées, de mêmes valeurs absolues :

$$q_A = -q_B.$$

Ces charges s'expriment en coulomb (C).



Doc. 3 *Des électrons quittent l'armature A, tandis que d'autres s'accumulent sur l'armature B.*

Un condensateur, branché à un générateur de tension continue, accumule sur ses armatures des charges électriques de même valeur, mais de signes opposés.

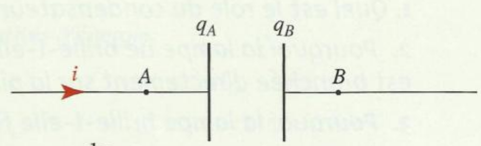
1.2 Charge électrique et intensité

Notons i l'intensité du courant transitoire. Quelle est la relation entre l'intensité i et les charges électriques q_A et q_B portées par les armatures ?

Orientons le circuit pour algébriser l'intensité i **[Doc. 4]** :

– si le courant circule dans le sens d'orientation choisi, alors $i > 0$;

– si le courant circule dans l'autre sens, alors $i < 0$.



$$i = \frac{dq_A}{dt}$$

$i > 0$ $\quad q_A$ augmente : $\frac{dq_A}{dt} > 0$

$i < 0$ $\quad q_A$ diminue : $\frac{dq_A}{dt} < 0$

Doc. 4 *Algébrisation de l'intensité du courant.*

En régime transitoire, les charges électriques q_A et q_B, ainsi que l'intensité du courant sont des fonctions du temps ; nous les noterons $q_A(t)$, $q_B(t)$ et $i(t)$.

Supposons i positif. Pendant une durée $\mathrm{d}t$, l'armature B reçoit des électrons, l'armature A en perd ; cette dernière devient de plus en plus positive : sa charge électrique augmente. Entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$, la charge positive de l'armature A s'accroît de : $\mathrm{d}q_A = q_A(t + \mathrm{d}t) - q_A(t)$.
Durant la durée $\mathrm{d}t$, le courant a donc transporté la charge électrique $\mathrm{d}q_A$.

Si la flèche orientant le circuit arrive sur l'armature A, alors :

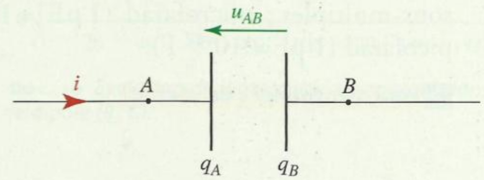
$$i = \frac{\mathrm{d}q_A}{\mathrm{d}t}.$$

- **Par définition, l'intensité i du courant correspond au débit de charges transportées, c'est-à-dire à la charge électrique transportée par unité de temps :**

$$i = \frac{\mathrm{d}q_A}{\mathrm{d}t}$$

L'intensité i s'exprime en ampère (A), avec q en coulomb (C) et t en seconde (s).

- **La charge électrique $q_A(t)$ est une fonction du temps dont $i(t)$ est la dérivée.**



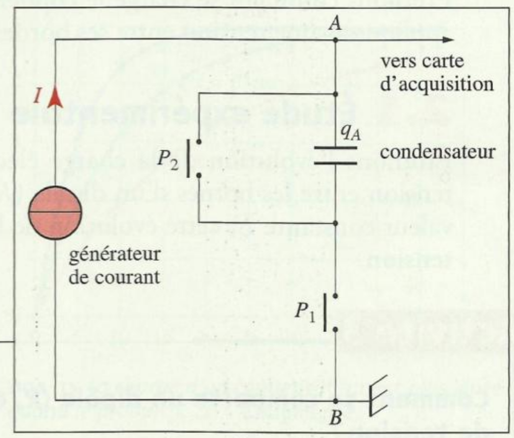
Doc. 5 *En convention récepteur, la flèche représentant la tension et celle représentant l'intensité sont de sens opposés.*

- Si la fonction q_A possède une dérivée $\frac{\mathrm{d}q_A}{\mathrm{d}t} = I$ constante, alors q_A est une fonction linéaire ou affine de la forme $q_A = I \cdot t + q_0$.

Si à $t = 0$, le condensateur n'est pas chargé, alors $q_0 = 0$ et $q_A = I \cdot t$.

1.3 La capacité d'un condensateur

Chargeons un condensateur avec un courant d'intensité constante. Comment évolue la tension u_{AB} aux bornes des armatures A et B **[Doc. 5]** en fonction de la charge électrique des armatures ?



Doc. 6 *Montage permettant d'effectuer l'acquisition de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur.*

Activité 2

Existe-t-il une relation entre u_{AB} et q_A ?

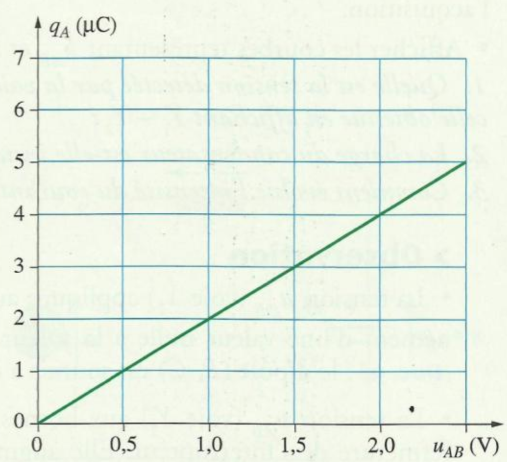
- Réaliser le montage du ***document 6*** : il comporte un générateur de courant continu débitant un courant d'intensité constante I, réglable.
- Décharger le condensateur à l'aide de l'interrupteur poussoir P_2.
- Régler le générateur de courant continu sur $I = 100$ µA, par exemple.
- Lancer l'acquisition de la tension u_{AB} en fonction du temps en appuyant sur l'interrupteur P_1.
- Créer la variable $q_A = I \cdot t$, et tracer la courbe représentant l'évolution de q_A en fonction de u_{AB}.

1. Pourquoi prendre la précaution de décharger le condensateur avant l'acquisition ?

2. Quelle relation obtient-on entre q_A et u_{AB} ?

> Observation

Le graphique représentant q_A en fonction de u_{AB} est une droite passant par l'origine, à coefficient directeur positif **[Doc. 7]**.



Doc. 7 *Le coefficient directeur de la droite représentant l'évolution de q_A en fonction de u_{AB} est égal à C.*

> Interprétation

La charge q_A et la tension u_{AB} sont deux grandeurs proportionnelles.

Nous avons : $$q_A = C \cdot u_{AB}.$$

Le coefficient de proportionnalité positif **C est la capacité du condensateur.**

À chaque instant, la charge électrique q_A de l'armature A du condensateur est proportionnelle à la tension u_{AB} aux bornes de ses armatures A et B :

$$q_A = C \cdot u_{AB}$$

C est la capacité du condensateur; elle s'exprime en farad (F), avec q_A en coulomb (C) et u_{AB} en volt (V).

Le farad correspond à une grande capacité. On emploie usuellement les sous-multiples : microfarad (1 µF = 10^{-6} F), nanofarad (1 nF = 10^{-9} F), picofarad (1 pF = 10^{-12} F).

La relation $q_A = C \cdot u_{AB}$ est une relation algébrique :
- *si $u_{AB} > 0$, alors $q_A > 0$;*
- *si $u_{AB} < 0$, alors $q_A < 0$.*

> *Pour s'entraîner : Ex. 2 et 3.*

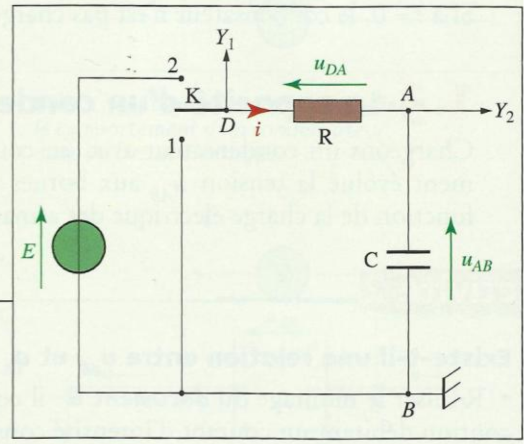
2. Quelle est la réponse d'un dipôle (R, C) à un échelon de tension ?

L'association en série d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R constitue un **dipôle (R, C)**.

Étudions comment se charge le condensateur d'un tel dipôle lorsque nous appliquons une tension entre ses bornes.

2.1 Étude expérimentale

Étudions l'évolution de la charge électrique du condensateur lorsque la tension entre les bornes d'un dipôle (R, C) passe brusquement de 0 à une valeur constante E; cette évolution de la tension est appelée un **échelon de tension**.



Doc. 8 *Montage permettant d'étudier la charge d'un dipôle (R, C) soumis à un échelon de tension.*

Activité 3

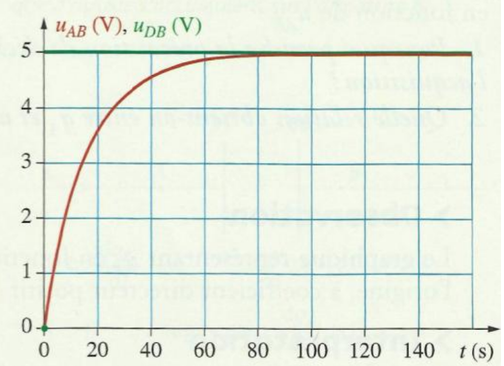
Comment se comporte un dipôle (R, C) soumis à un échelon de tension ?

- Réaliser le montage du **document 8**. Les voies Y_1 et Y_2 sont reliées au système d'acquisition d'un ordinateur ou à un oscilloscope à mémoire.
- Basculer l'interrupteur K de la position 1 à la position 2 afin de réaliser l'acquisition.
- Afficher les courbes représentant u_{AB} et i en fonction du temps.

1. Quelle est la tension détectée par la voie Y_1 ? celle détectée par la voie Y_2 ? celle obtenue en affichant $Y_1 - Y_2$?
2. La charge du condensateur est-elle instantanée ?
3. Comment évolue l'intensité du courant dans le dipôle (R, C) ?

> Observation

- La tension u_{DB} (voie Y_1) appliquée au dipôle (R, C) passe quasi instantanément d'une valeur nulle à la valeur E correspondant au palier observé **[Doc. 9]** : le dipôle (R, C) est soumis à un échelon de tension.
- La tension u_{AB} (voie Y_2) aux bornes du condensateur est nulle avant la fermeture de l'interrupteur. Elle augmente ensuite progressivement de la valeur nulle jusqu'à la valeur limite E (fin de la charge). **Cette tension décrit l'évolution de la charge du condensateur** (au coefficient constant C près) **puisque $q_A = C \cdot u_{AB}$.**



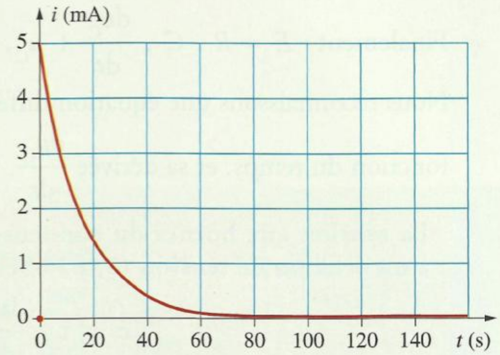
Doc. 9 *Évolution des tensions u_{DB} aux bornes du dipôle (R, C) (voie Y_1) et u_{AB} aux bornes du condensateur en charge (voie Y_2).*

La différence $Y_1 - Y_2$ donne la tension aux bornes du conducteur ohmique :

$$u_{DB} - u_{AB} = u_{DA} = R \cdot i,$$

soit l'évolution de l'intensité i du courant (au coefficient constant R près).

D'après la courbe du **document 10**, l'intensité i du courant est nulle avant la fermeture de l'interrupteur et égale à $\frac{E}{R}$ juste après la fermeture. Cette intensité décroît ensuite jusqu'à zéro.



Doc. 10 *Évolution de l'intensité i du courant dans le dipôle (R, C).*

Le condensateur d'un dipôle (*R*, *C*), soumis à un échelon de tension, ne se charge pas instantanément : la charge d'un condensateur est un phénomène transitoire.

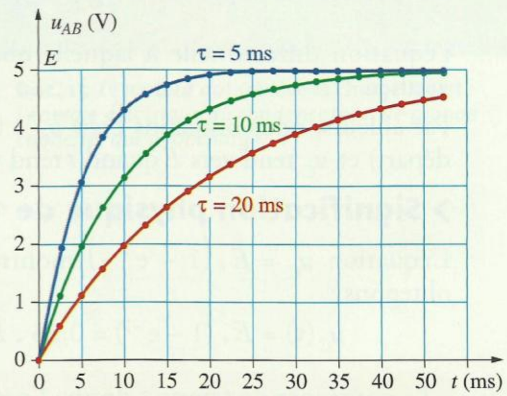
2.2 La constante de temps

Selon le dipôle (R, C) étudié, la tension u_{AB} aux bornes des armatures tend plus ou moins rapidement vers sa valeur limite E **[Doc. 11]**. De même, la charge électrique q_A, proportionnelle à la tension u_{AB}, tend plus ou moins rapidement vers sa valeur limite $q_{A\,max} = C \cdot E$.

Quels paramètres influent sur le phénomène de charge d'un condensateur ?

> Reprenons l'activité précédente.

- Au même condensateur, associons un conducteur ohmique de résistance plus grande : le condensateur se charge plus lentement.
- Au même conducteur ohmique, associons un condensateur de plus grande capacité : le condensateur se charge plus lentement **[Doc. 11]**.



Doc. 11 *La charge d'un condensateur est plus lente quand le produit R . C = τ augmente.*

La durée de la charge du condensateur d'un dipôle (*R*, *C*) augmente quand la valeur du produit *R* . *C* augmente.

> Procédons à une analyse dimensionnelle du produit $R \cdot C$ en raisonnant sur les unités :

$R = \frac{U}{I}$ s'exprime en ohm (Ω), équivalent à $V \cdot A^{-1}$;

$C = \frac{Q}{U} = I \cdot \frac{t}{U}$ s'exprime en farad (F), équivalent à $A \cdot s \cdot V^{-1}$.

Finalement : $R \cdot C$ s'exprime en $V \cdot A^{-1} \cdot A \cdot s \cdot V^{-1}$, soit en seconde (s).

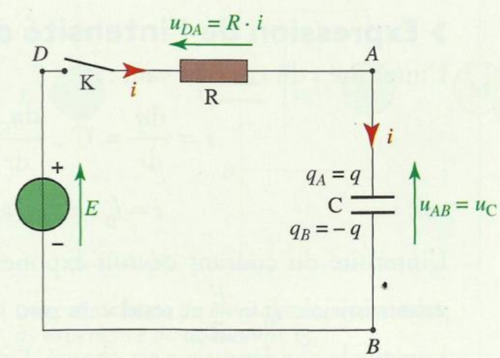
Le produit $R \cdot C = \tau$, homogène à une durée, est la constante de temps du dipôle (*R*, *C*).
τ s'exprime en seconde (s), *R* en ohm (Ω) et *C* en farad (F).

2.3 Étude théorique

Le condensateur étant orienté de l'armature A vers l'armature B, pour alléger les notations, nous noterons désormais la charge du condensateur $q_A = q$ et la tension à ses bornes $u_{AB} = u_C$.

> Équation différentielle

Reprenons le circuit électrique utilisé lors de l'étude de la charge du condensateur **[Doc. 12]** :



Doc. 12 *Schéma simplifié du circuit de charge du condensateur.*

La loi d'additivité des tensions donne : $E = u_{DA} + u_{AB}$.

Avec $u_{DA} = R \cdot i$, et $q = C \cdot u_C$, nous avons : $i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$.

Finalement : $E = R \cdot C \cdot \dfrac{du_C}{dt} + u_C$, soit $E = \tau \cdot \dfrac{du_C}{dt} + u_C$.

Nous reconnaissons une équation différentielle dans laquelle apparaît u_C, fonction du temps, et sa dérivée $\dfrac{du_C}{dt}$.

La tension aux bornes du condensateur d'un dipôle (R, C) soumis à un échelon de tension (0, E) obéit à l'équation différentielle :

$$E = \tau \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C$$

avec $\tau = R \cdot C$, la constante de temps (en s).

> Solution de l'équation différentielle

On montre, en mathématique, que la solution de cette équation est :

$$u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

En portant les expressions $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ et $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ dans l'équation différentielle à laquelle obéit u_C, nous constatons qu'elle est vérifiée.

Par ailleurs, nous obtenons bien $u_C = 0$ à $t = 0$ (charge électrique nulle au départ) et u_C tend vers E quand t tend vers l'infini (fin de la charge).

> Signification physique de τ

L'équation $u_C = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ montre qu'à l'instant $t = \tau = R \cdot C$, nous obtenons :

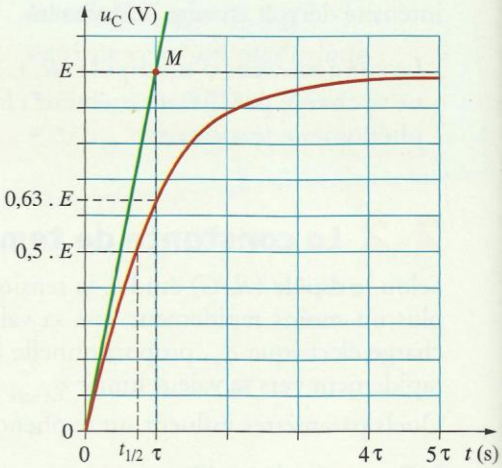
$$u_C(\tau) = E \cdot (1 - e^{-1}) = 0{,}63 \cdot E \quad \text{et} \quad q(\tau) = 0{,}63 \cdot C \cdot E.$$

La constante de temps τ donne l'ordre de grandeur de la durée de la charge du condensateur.
Après une durée égale à τ, la charge du condensateur atteint 63 % de sa valeur maximale.
Après une durée égale à 5 τ, le condensateur est chargé à 99 %.

La durée $t_{1/2}$ au bout de laquelle $u_C = \dfrac{E}{2}$ est telle que $t_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$.

Nous retrouvons une durée caractéristique analogue à la demi-vie d'un échantillon radioactif.

La constante τ peut être déterminée graphiquement **[Doc. 13]**.



***Doc. 13** Le coefficient directeur de la tangente en chaque point de la courbe a pour valeur celle de la dérivée de u_C, fonction du temps : $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$.*

À $t = 0$, la pente de la tangente est : $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{\tau}$.

L'équation de la tangente à la date $t = 0$ est : $u_C = \dfrac{E}{\tau} \cdot t$. Cette tangente coupe l'asymptote $u_C = E$ à l'instant $t = \tau$ (point M).

> Expression de l'intensité du courant

L'intensité i du courant vaut :

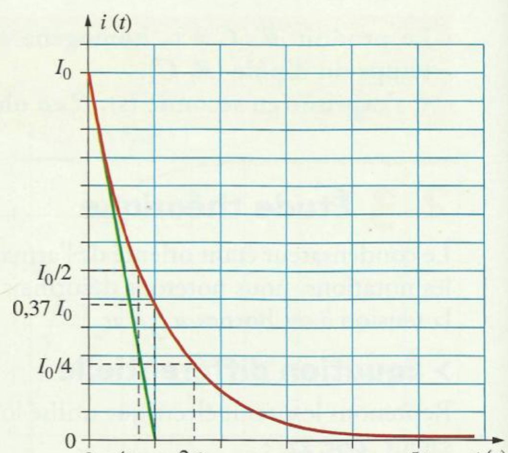
$$i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

soit : $$i = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \text{ avec } I_0 = \frac{E}{R}.$$

L'intensité du courant décroît exponentiellement avec le temps depuis sa valeur initiale $I_0 = \dfrac{E}{R}$ et tend vers zéro lorsque t tend vers l'infini. **[Doc. 14]**.

Lorsque le condensateur est chargé, l'intensité du courant est nulle.

> *Pour s'entraîner : Ex. 4 et 6*



***Doc. 14** Au bout du temps τ, l'intensité est égale à 37 % de sa valeur initiale ; au bout d'une durée $t_{1/2}$, elle est égale à 50 % de sa valeur initiale.*

3. Quelle est l'énergie stockée dans un condensateur ?

Un condensateur peut être utilisé pour stocker de l'énergie.

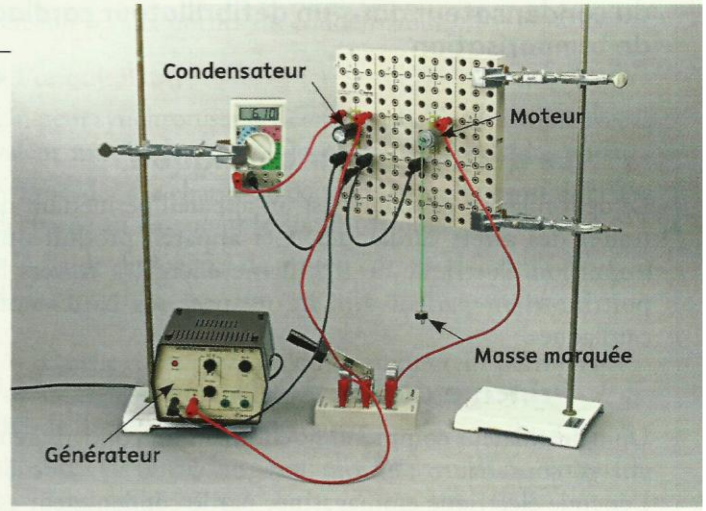
Activité 4

Comment stocker de l'énergie dans un condensateur ?

- Réaliser le montage des ***documents 15 et 16***.
- Charger le condensateur en plaçant le commutateur en position 1.
- Basculer le commutateur en position 2, le condensateur est alors connecté au moteur.

1. Comment évolue la tension aux bornes du condensateur ?

2. Quels sont les différents transferts d'énergie lors de cette expérience ?



Doc. 15 *Le moteur qui soulève la charge reçoit l'énergie électrique du condensateur, de grande capacité, qui se décharge.*

> Observation

Lorsque le commutateur est en position 1, le condensateur se charge instantanément.

Lorsque le commutateur est placé en position 2, le moteur tourne et soulève la masse marquée. La tension aux bornes du condensateur décroît : le condensateur se décharge.

> Interprétation

Le condensateur chargé possède de l'énergie. Celle-ci est transmise au moteur qui, effectuant un travail mécanique, augmente l'énergie potentielle de la masse suspendue.

Au cours de la charge, un condensateur emmagasine de l'énergie qu'il restitue lors de la décharge.

On montre que l'énergie électrique emmagasinée E_e dépend de la capacité C du condensateur et de sa charge électrique q (ou de la tension u_C entre ses armatures).

L'énergie électrique stockée par un condensateur est :

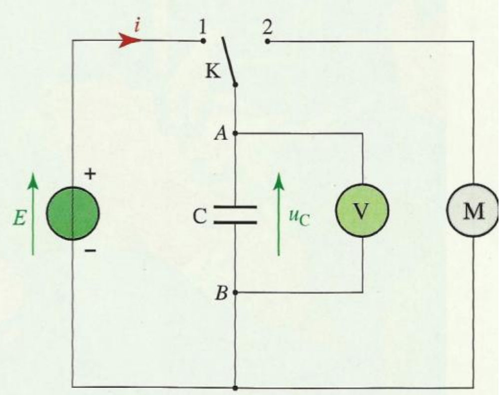
$$E_e = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_C^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}.$$

E_e s'exprime en joule (J) avec C en farad (F), u_C en volt (V) et q en coulomb (C).

Le stockage ou le déstockage de l'énergie ne peut pas se faire instantanément ; la puissance serait alors infinie. L'énergie ne subit pas de discontinuité.

D'après la formule $E_e = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_C^2$, la tension u_C (ou la charge q) aux bornes d'un condensateur ne subit pas de discontinuité.

Dans le cas du flash (voir l'*activité préparatoire B*, page 133), la décharge est très rapide, la puissance électrique fournie est importante.



Doc. 16 *Schéma du montage correspondant à l'expérience du* ***document 15***.