

**تمرين 1:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي :  $f(x) = \frac{2x-1}{3x-6}$

حدد  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  وأول النتيجتين هندسيا

**تمرين 2:** نعتبر الدالة العددية  $f$

للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي :  $f(x) = \frac{6x+1}{2x-5}$

حدد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  وأول النتيجتين هندسيا

**تمرين 3:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة

كالتالي :  $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x-3}$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

2. حدد معادلة المقارب المائل لمنحنى الدالة  $f$  بجوار  $+\infty$

**تمرين 4:** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة كالتالي :  $f(x) = \sqrt{x}$

أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  وأول هندسيا النتيجة

**تمرين 5:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$

المعرفة كالتالي :  $f(x) = x^3$

أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  وأول هندسيا النتيجة

**تمرين 6:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة

كالتالي :  $f(x) = \sqrt{x} - x$

1. حدد حيز تعريف الدالة  $f$  و أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. حدد طبيعة الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة  $f$

**تمرين 7:** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$

كالتالي :  $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - 2x^2 + x + \frac{2}{3}$

1. أحسب  $f''(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$

2. أدرس تفرع المنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$

مع تحديد نقطتي انعطافه

**تمرين 8:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة

كالتالي :  $f(x) = \sqrt{x-x^2}$

1. حدد حيز تعريف الدالة  $f$

2. بين أن المستقيم  $x = \frac{1}{2}$  محور تماثل للمنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$

**تمرين 9:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$

المعرفة كالتالي :  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x+1}$

1. بين أن  $\forall x \in D_f, f(x) = x - 2 + \frac{2}{x+1}$

2. بين أن النقطة  $\Omega(-1; -3)$  مركز تماثل منحنى الدالة  $f$ .

**تمرين 10:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كالتالي :  $f(x) = x^2 + 4x + 3$

- 1) حدد  $D_f$  (2) أحسب نهايات  $f$  عند محددات  $D_f$
- 3) أحسب مشتقة الدالة  $f$  و أدرس إشارتها (4) حدد جدول تغيرات  $f$
- 5) حدد معادلة لمماس منحنى الدالة  $f$  في النقطة الذي أفصولها  $x_0 = -1$
- 6) حدد نقط تقاطع  $(C_f)$  مع محوري المعلم
- 7) حدد مطايرف الدالة  $f$  ان وجدت
- 8) أرسم  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  و المستقيم  $(D)$  الذي معادلته  $y = 3$  في معلم متعامد ممنظم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .
- 9) حدد نقط تقاطع  $(C_f)$  و  $(D)$ .
- 10) حل مبيانيا في  $\mathbb{R}$  المتراحة  $x^2 + 4x \geq 0$ .  
 $S = [-4; 0]$

**تمرين 11:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كالتالي :  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
2. أدرس زوجية الدالة  $f$
3. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$
4. أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة  $f$
5. أحسب مشتقة الدالة  $f$  و أدرس إشارتها
6. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$
7. حدد معادلة لمماس المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في النقطة  $A$  التي أفصولها  $x_0 = -1$
8. حدد نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة مع محوري المعلم.
9. حدد مطايرف الدالة  $f$  اذا وجدت
10. أرسم المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم

**تمرين 12:** نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة ب:  $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$

1. حدد حيز تعريف الدالة  $g$  وأحسب نهايات الدالة  $g$  في محددات حيز التعريف و أول النتائج هندسيا.
2. أحسب الدلة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $g$ .
3. أنشئ منحنى الدالة  $g$ .

**تمرين 13:** لتكن  $f$  دالة معرفة ب:  $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$ .

- 1) حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$  (2) أحسب النهايات التالية :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$
- 3) أحسب مشتقة الدالة  $f$  و أدرس إشارتها (4) حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- 5) حدد نقط تقاطع  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  مع محور الأفاصيل.
- 6) حدد نقط تقاطع  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  مع محور الأرتيب.
- 7) أرسم  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$

**تمرين 14:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كالتالي :  $f(x) = \sqrt{4x^2 + 2x} - 2$

1. حدد  $D_f$  و حدد  $f'(x)$
2. أحسب :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
3. بين :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -2$  و أحسب :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + 2x$
4. أستنتج معادلة المقارب المائل لمنحنى الدالة  $f$  بجوار  $-\infty$

**تمرين 15:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$

$$f(x) = \frac{3x^2 - 4x}{x^2 - 2x + 1} \quad \text{المعرفة كالتالي :}$$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
2. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$
3. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$ .
4. بين أن :  $\forall x \in D_f \quad f'(x) = \frac{-2(x-1)(x-2)}{(x^2 - 2x + 1)^2}$
5. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$
6. بين أن :  $\mathbb{R} \quad f''(x) = \frac{2(2x-5)}{(x-1)^4}$

7. أدرس تقعر المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  مع تحديد نقط انعطافه .

8. حدد نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة مع محوري المعلم.

9. أرسم المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم

**تمرين 16:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي

$$f(x) = x + 1 - \sqrt{x^2 - x - 2} \quad :$$

ليكن  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1.
  - a. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
  - b. حدد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{3}{2}$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و ثم بين أن
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في  $x_0 = 2$  وعلى اليسار في  $x_0 = -1$  ثم أول الناتجتين هندسيا
3. أحسب مشتقة الدالة  $f$  و بين أن :  $f'(x) > 0$  لكل  $x \in ]-\infty, -1[$  وأن  $f'(x) < 0$  لكل  $x \in ]2, +\infty[$
4. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$
5. أنشئ  $(C_f)$

**تمرين 17:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$

$$f(x) = \frac{x^2 - 2|x| - 3}{x + 1} \quad \text{المعرفة كالتالي :}$$

ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$

في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
2. أكتب  $f(x)$  دون استعمال رمز القيمة المطلقة.
3. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$ .
4. أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند  $x_0 = 0$  و أول النتيجة المحصل عليها هندسيا.
5. أحسب  $\forall x \in D_f - \{0\} \quad f'(x)$
6. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$

7. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$ .

8. حدد نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محوري المعلم.

9. أرسم المنحنى  $(C_f)$  في المعلم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

**تمرين 18:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$

$$f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x-2)^2} \quad \text{المعرفة كالتالي :}$$

ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$

في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
2. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$ .
3. بين أن :  $f(x) = x + 1 + \frac{3x-5}{(x-2)^2}$  و استنتج معادلة المقارب المائل  $(D)$  للمنحنى بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$
4. أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمقارب المائل  $(D)$ .

5. بين أن :  $\forall x \in D_f \quad f'(x) = \frac{(x-1)^2(x-4)}{(x-2)^3}$

6. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$
7. أحسب  $f''(x)$  و استنتج إحداثيات نقطة انعطاف المنحنى  $(C_f)$ .

8. حدد نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محوري المعلم.

9. أرسم المنحنى  $(C_f)$  في المعلم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

10. حل مبيانيا المتراحة :  $f(x) \leq 0$ .

**تمرين 19:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 2x + 3}{(x+1)^2} \quad \text{المعرفة كالتالي :}$$

ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$

في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  بحيث :  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
2. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$
3. بين أن :  $\forall x \in D_f \quad f'(x) = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)^2}{(x+1)^4}$
4. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$
5. بين أن :  $\forall x \in D_f \quad f(x) = x - 1 + \frac{3x+4}{(x+1)^2}$
6. استنتج معادلة المقارب المائل  $(D)$  للمنحنى بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$