السنة 1 بكالوريا علوم تجريبية	المتتاليـــات العددية حلول مقترحة	سلسلة 2

تمرين 1 : ادرس رتابة المتتاليات التالية :

$\forall n\in IN\ u_n=\dfrac{2n}{n+1}$ ، لدينا لكل $n\in IN$

$$u_{n+1}-u_n=\frac{2(n+1)}{n+2}-\frac{2n}{n+1}=2\left(\frac{n+1}{n+2}-\frac{n}{n+1}\right)=2\frac{(n+1)^2-n(n+2)}{(n+1)(n+2)}=2\,\frac{n^2+2n+1-n^2-2n}{(n+1)(n+2)}$$

$$=2\,\frac{1}{(n+1)(n+2)}>0$$

إذن (u_n) تزايدية

$\forall n\in IN^*\ v_n=1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}$ ، لدينا لكل $n\in IN^*$

$$v_{n+1}-v_n=\left(1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}\right)=\frac{1}{n+1}>0$$

إذن (v_n) تزايدية

$\forall n\in IN\ w_n=\dfrac{n+1}{3^n}$ ، لدينا لكل $n\in IN$

$$w_{n+1}-w_n=\frac{n+2}{3^{n+1}}-\frac{n+1}{3^n}=\frac{n+2-3(n+1)}{3^{n+1}}=\frac{n+2-3n-3}{3^{n+1}}=\frac{-2n-1}{3^{n+1}}<0$$

إذن (w_n) تناقصية

$\forall n\in IN^*\ w_n=n^3-n$ ، لدينا لكل $n\in IN^*$

$$w_{n+1}-w_n=(n+1)^3-(n+1)-(n^3-n)=n^3+3n^2+3n+1-n-1-n^3+n=3n^2+3n>0$$

إذن (w_n) تزايدية

$\begin{cases}u_0=3\\ u_{n+1}=u_n^2-u_n+1\end{cases}$ ، لدينا لكل $n\in IN$ ، $u_{n+1}-u_n=u_n^2-u_n+1-u_n=u_n^2-2u_n+1=(u_n-1)^2\geq 0$

إذن (u_n) تزايدية

تمرين 2 : (u_n) متتالية حسابية ، $u_0=2$ ، $r=3$

1 لدينا : $\boxed{u_7=u_0+7r=2+21=23}$ و $\boxed{u_{11}=u_0+11r=2+33=35}$

2 $$\boxed{S=u_0+u_1+\ldots+u_{99}=\frac{u_0+u_{99}}{2}\times 100=100\times\frac{2+u_0+99r}{2}=50(2+2+297)=50\times 301=15050}$$

100 تمثل عدد الحدود $(99-0+1=100)$

تمرين 3 : (u_n) متتالية حسابية ، $u_0=-1$.

1 نعلم أن : $u_{10}=u_0+10r$ منه : $u_{10}-u_0=10r$ منه : $\boxed{r=\dfrac{u_{10}-u_0}{10}=\dfrac{59-(-1)}{10}=\dfrac{60}{10}=6}$

2 $$\boxed{S=u_3+u_4+\ldots+u_{22}=\frac{u_3+u_{22}}{2}\times 20=20\times\frac{u_0+3r+u_0+22r}{2}=10(-1+18-1+132)=10\times 148=1480}$$

تمرين 4 : (u_n) متتالية حسابية ، u_0 ، r

1 نعلم أن : $u_3=u_0+3r$ منه : $u_0+3r=12$ ، ونعلم أن : $u_{17}=u_0+17r$ منه : $u_0+17r=82$
نحصل على النظمة :

$$\begin{cases} u_0+3r=12 \\ u_0+17r=82 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_0=12-3r \\ 12-3r+17r=82 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_0=12-3r \\ 14r=82-12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_0=12-3\times 5 \\ r=\dfrac{70}{14}=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_0=-3 \\ r=5 \end{cases}$$

2 $$\boxed{S=u_0+u_4+...+u_n=\frac{u_0+u_n}{2}\times(n+1)=(n+1)\times\frac{u_0+u_0+rn}{2}=(n+1)\times\frac{-3-3+5n}{2}=\frac{(n+1)(5n-6)}{2}}$$

$n+1$ تمثل عدد الحدود $(n-0+1=n+1)$

تمرين 5 : (u_n) متتالية هندسية ، $u_0=3$ ، $r=2$

1 لدينا : $\boxed{u_3=u_0\times r^3=3\times 2^3=3\times 8=24}$ و $\boxed{u_6=u_0\times r^6=3\times 2^6=3\times 64=192}$

2 $$\boxed{S=u_0+u_1+...+u_5=u_0\times\frac{1-r^6}{1-r}=3\times\frac{1-2^6}{1-2}=3\times\frac{1-64}{-1}=3\times 63=189}$$

u_0 تمثل أول حدود المجموع S و 6 تمثل عدد الحدود $(5-0+1=6)$

تمرين 6 : (u_n) هندسية ، $r=\frac{1}{2}$.

1 لدينا : $u_3=u_0\times r^3$ منه $\boxed{u_0=\dfrac{u_3}{r^3}=\dfrac{\frac{5}{8}}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}=\dfrac{\frac{5}{8}}{\frac{1}{8}}=5}$

2 $$\boxed{S=u_1+u_2+...+u_n=u_1\times\frac{1-r^n}{1-r}=(u_0\times r^1)\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}=5\times\frac{1}{2}\times\frac{1-\frac{1}{2^n}}{\frac{1}{2}}=5\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}$$

u_1 تمثل أول حدود المجموع S و n عدد الحدود $(n-1+1=n)$