متتاليات 2

التمرين رقم1 :

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$U_0=-2$ و $U_{n+1}=\dfrac{2U_n-3}{U_n+6}$

1) بين بالترجع أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad -3<U_n<-1$

2) ادرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) نضع $V_n=\dfrac{U_n+1}{U_n+3}$

أ- بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية وحدد V_n بدلالة n

ب- استنتج أن $U_n=-\dfrac{5^n+3^{n+1}}{5^n+3^n}$

ج- أحسب بدلالة n الجمع $S_n=V_0+V_1+.....+V_{n-1}$

التمرين رقم2 :

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$U_0=2$ و $U_{n+1}=\dfrac{7U_n-25}{U_n-3}$

1) تحقق أن $U_{n+1}=7-\dfrac{4}{U_n-3}$

2) وبين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad U_n\neq 5$

3) نضع $W_n=\dfrac{1}{U_n-5}$

أ- بين أن $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية وحدد W_n بدلالة n

ب- استنتج U_n بدلالة n

ج- أحسب بدلالة n الجمع $S_n=W_0+W_1+....+W_n$

التمرين رقم3 :

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ بحيث : $U_1=\dfrac{1}{2}$ و $U_{n+1}=\dfrac{U_n}{U_n+1}$

- بين أن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية موجبة قطعا
- ادرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$
- نضع $V_n=\dfrac{1}{2U_n}$

a) بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ حسابية وحدد V_n بدلالة n

b) استنتج U_n بدلالة n

c) أحسب الجمع $T_n=\dfrac{1}{U_1}+\dfrac{1}{U_2}+....+\dfrac{1}{U_n}$

التمرين رقم4 :

نعتبر المتتاليتان $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفتين ب:

$$\begin{cases} u_0=1 \quad v_0=12 \\ u_{n+1}=\dfrac{u_n+2v_n}{3} \quad v_{n+1}=\dfrac{u_n+3v_n}{4} \end{cases}$$

① نضع $w_n=v_n-u_n$ بين أن $(w_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية محددا أساسها

② نضع $t_n=3u_n+8v_n$ بين أن $(t_n)_{n\geq 0}$ ثابتة محددا قيمتها

③استنتج مما سبق u_n ; v_n بدلالة n

التمرين رقم 5 :

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$U_0=12$; $U_1=\dfrac{11}{2}$ و $6U_{n+2}=5U_{n+1}-U_n$

- أحسب U_2 ; U_3
- نضع $W_n=3U_{n+1}-U_n$ بين أن $(w_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية محددا أساسها ثم حدد الحد العام W_n بدلالة n
- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad U_{n+1}=\dfrac{1}{3}U_n+\dfrac{3}{2^{n+1}}$
- نضع $V_n=U_n-\dfrac{9}{2^n}$ بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية وحدد V_n بدلالة n
- استنتج U_n بدلالة n