أكاديمية الجهة الشرقية

سلسلة 6:الحساب المثلثي

المستوى : الأولى باك علوم تجريبية

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1: أحسب $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$

تمرين2: أحسب $\tan\frac{\pi}{12}$

تمرين3:

1. أحسب $\cos\frac{5\pi}{12}$ و $\sin\frac{5\pi}{12}$ و $\tan\frac{5\pi}{12}$
2. أحسب $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$ و $\tan\frac{7\pi}{12}$
3. بين أن : $\cos x=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

تمرين4: بين أن : $\sin(x+\frac{2\pi}{3})+\sin(x-\frac{2\pi}{3})+\sin x=0$

تمرين5: علما أن: $0\prec a\prec\frac{\pi}{2}$ و $0\prec b\prec\frac{\pi}{2}$ و $\cos a=\sin b=\frac{1}{2}$

1. أحسب $\sin a$ و $\cos b$
2. أحسب $\sin(a+b)$

تمرين6: علما أن : $\sin x=\frac{1}{3}$ و $x\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$

أحسب $c\cos(2x)$ و $\sin(2x)$

تمرين7: أحسب $\cos\frac{\pi}{8}$ و $\sin\frac{\pi}{8}$ (لاحظ أن $\frac{\pi}{4}=2\times\frac{\pi}{8}$)

تمرين8: بين أن : $\forall x\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ $\frac{\sin3x}{\sin x}-\frac{\cos3x}{\cos x}=2$

تمرين9: علما أن : $\tan\left(\frac{x}{2}\right)=3$ أحسب : $\tan x$ و $\sin x$ و $\cos x$

تمرين10: بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}$

1) $\sin^2 2x-\cos 2x-1=-2\cos^2 x\times\cos 2x$

2) $2\sin^2 x+12\cos^2 x=5\cos 2x+7$

تمرين11: بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}$

1) $\sin 3x=\sin x\times\left(3-4\sin^2 x\right)$

2) $\cos 3x=\cos x\left(4\cos^2 x-3\right)$

3) $c\cos(4x)=8\cos^4 x-8\cos^2 x+1$

4) $\sin(4x)=4\sin x\left(2\cos^3 x-\cos x\right)$

5) $\cos^3 x=\frac{1}{4}\left(3\cos x+\cos 3x\right)$

تمرين12: علما أن : $P(x)=\sin2x-\sin x$ و $Q(x)=1+\cos x+\cos2x$

بين أن : $Q(x)=\cos x(2\cos x+1)$ و أن $P(x)=\sin x(2\cos x-1)$

تمرين13: أكتب على شكل مجموع :

1) $\cos 2x\times\sin 4x$

2) $\sin x\times\sin 3x$

3) $\cos 4x\times\cos 6x$

تمرين14: أكتب على شكل جذاء : $\sin 2x+\sin 4x$

تمرين15:

1. بين أن : $\sin\frac{3\pi}{11}+\sin\frac{7\pi}{11}=2\sin\left(\frac{5\pi}{11}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{11}\right)$
2. بين أن : $\sin\frac{3\pi}{11}-\sin\frac{7\pi}{11}=-2\cos\left(\frac{5\pi}{11}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{11}\right)$
3. استنتج أن : $\frac{\sin\frac{3\pi}{11}+\sin\frac{7\pi}{11}}{\sin\frac{3\pi}{11}-\sin\frac{7\pi}{11}}=-\frac{\tan\left(\frac{5\pi}{11}\right)}{\tan\left(\frac{2\pi}{11}\right)}$

تمرين16: بين أن : $\frac{\cos 2x-\cos 4x}{\cos 2x+\cos 4x}=\tan 3x\times\tan x$

تمرين17: بين أن : $\cos^2\frac{5x}{2}-\cos^2\frac{3x}{2}=-\sin 4x\times\sin x$

تمرين18: بين أن : $\sin x+\sin2x+\sin3x=2\sin x\cos x(1+2\cos x)$

تمرين19: بين أن $\cos x-\sin x=\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$

تمرين20: حل في $[0;2\pi]$ المعادلة : $\sqrt{3}\cos x+\sin x=\sqrt{3}$

تمرين21: ليكن α عنصرا من المجال $\left]0;\frac{\pi}{6}\right[$

بين أن: $\tan(3\alpha)=\frac{\tan^3\alpha-3\tan\alpha}{3\tan^2\alpha-1}$

تمرين22:

1) باستعمال $\cos\frac{\pi}{6}$ أحسب $\cos^2\frac{\pi}{12}$

2) استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$

تمرين23: علما أن : $\tan x=-\frac{1}{2}$

أحسب $\tan 2a$ و $\sin 2a$ و $\cos 2a$

تمرين24: بين أن :

$$\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos^2 x-\frac{3}{4}$$

تمرين25:

1. تحقق أن : $\cos\frac{3\pi}{10}=\sin\frac{2\pi}{10}$
2. بين أن : $\cos3x=\cos x\times\left(1-4\sin^2 x\right)$
3. استنتج قيمة كل من $\sin\frac{\pi}{10}$ و $\cos\frac{\pi}{10}$
4. بين أن : $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{1}{8}\left(\sqrt{3}\sqrt{10+2\sqrt{5}}-\sqrt{5}+1\right)$

(لاحظ أن $\frac{7\pi}{30}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{10}$)