

التمرين الأول: (8 نقط)

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي: $f(x) = x^2 - 2x$ و $g(x) = \sqrt{x}$ و المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + 2$

و (C_f) و (C_g) منحنيا f و g على التوالي في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(0.5+0.5)

(1) حدد D_g ثم أعط جدول تغيرات الدالة g .

(1)

(2) أعط جدول تغيرات الدالة f .

(1)

(3) حدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الأفاصيل.

(0.5+1+1)

(4) أنشئ (C_f) و (C_g) و (Δ) في نفس المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1)

(5) حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة: $x^2 = \sqrt{x} + 2x$

(0.5)

(6) حدد جبريا إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) .

(1)

(7) حل مبيانيا المتراجحة: $f(x) + x \geq 2$

التمرين الثاني: (8 نقط)

I - باستعمال الاستدلال بالاستنزام المضاد للعكس.

(1,5)

بين أنه لكل x و y من IR : $[xy + 1 \neq x + y] \Rightarrow [x \neq 1 \text{ و } y \neq 1]$

(2)

II - بين بالترجع أن: $2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 2$ ($\forall n \in IN^*$)

III - نعتبر العبارتين:

$$P: \left[(\exists x \in IR): \sqrt{1+x^2} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right]$$

$$q: \left[(\forall y \in IR) (\exists x \in IR): x^2 + yx + 1 < 0 \right]$$

(0.75+0.75)

1- إعط نفي كل من العبارتين P و q .

(1+1)

2- بين أن العبارة P صحيحة والعبارة q خاطئة.

3- استنتج قيمة حقيقة العبارة:

(1)

$$\left[(\exists y \in IR) (\forall x \in IR): x^2 + yx + 1 \geq 0 \right] \Rightarrow \left[(\forall x \in IR): \sqrt{1+x^2} \neq \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right]$$

التمرين الثالث: (4 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$

(1)

(1) أ- بين أن: $(\forall x \in IR): x^2 - x + 1 > 0$

(0.5)

ب- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

(1.5)

(2) بين أن العدد 1 هو القيمة القصوى للدالة f على D_f .

(0.5)

(3) أ- بين أن: $(\forall x \in D_f): f(x) = -f(1-x) + \frac{1}{x^2 - x + 1}$

(0.5)

ب- استنتج أن: $(\forall x \in D_f): f(x) > -1$