

Série:Polynômes

Exercice N°1

On considère le polynôme  $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$

- 1) Montrer que  $P(x)$  est divisible par  $x + 2$ .
- 2) Déterminer le polynôme  $Q(x)$  tel que:  $P(x) = (x + 2)Q(x)$ .
- 3)
  - a) Résoudre l'équation  $Q(x) = 0$ .
  - b) En déduire les solutions de l'équation  $P(x) = 0$ .
  - c) Montre que  $P(x) = (2x - 1)(x + 2)(x - 3)$
  - d) Résoudre l'équation  $5P(x) - (2x - 3)Q(x) = 0$
- 4) On suppose que  $|x - 1| < \frac{1}{3}$ .
  - a) Montrer que  $\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}$ .
  - b) Montrer que :  $\frac{1}{3} < 2x - 1 < \frac{5}{3}$  et  $\frac{8}{3} < x + 2 < \frac{10}{3}$  et  $-\frac{7}{3} < x - 3 < -\frac{5}{3}$ .
  - c) En déduire que :  $-\frac{350}{27} < P(x) < -\frac{40}{27}$

Exercice N°2

On considère le polynôme  $P(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 1$

- 1) Montrer que le nombre 1 est une racine du polynôme  $P(x)$ , que peut-on déduire ?
- 2) Déterminer le polynôme  $Q(x)$  tel que:  $P(x) = (x - 1)Q(x)$ .
- 3)
  - a) Montrer que l'équation  $Q(x) = 0$ , admet deux solutions distinctes  $x_1$  et  $x_2$  sans les calculer ( $x_1 < x_2$ ).
  - b) Calculer  $x_1^2 + x_2^2$  et  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$  et  $x_1^3 + x_2^3$ .

Exercice N°3

Soit le polynôme :  $P(x) = -3x^3 - 5x^2 + 3x + 2$

- 1)
  - a) Montrer que  $-2$  est une racine de  $P(x)$ , que peut-on déduire ?
  - b) En utilisant la division euclidienne, montrer que  $P(x) = (x + 2)(-3x^2 + x + 1)$ .
- 2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $-3x^2 + x + 1 = 0$ .
- 3)
  - a) Montrer que :  $\frac{1 - \sqrt{13}}{6} < \frac{1}{6} < \frac{1 + \sqrt{13}}{6}$
  - b) Montrer que :  $\frac{1 + \sqrt{13}}{6} < \frac{5}{6}$
- 4) Dresser le tableau de signes de  $P(x)$ . ( On admet que  $-1 < \frac{1 - \sqrt{13}}{6} < 0$  )
- 5)
  - a) Résoudre l'inéquation :  $P(x) \leq 0$
  - b) Déterminer le signe de  $P(x)$  sur l'intervalle  $\left] \frac{1}{6}, \frac{5}{6} \right[$ .