TD :L'ordre dans : $\mathbb{R}$

Exercice1: comparer $\frac{101}{102}$ et $\frac{100}{101}$

Exercice2: comparer a et b

$a=2+\sqrt{3}$ et $b=2\sqrt{3}$

Exercice3: comparer $2a$ et a^2+1 avec $a\in\mathbb{R}$

Exercice4 : I) comparer les réels suivants :

1) $\frac{8}{11}$ et $\frac{5}{11}$ 2) $\frac{13}{9}$ et $\frac{13}{6}$ 3) $\frac{-15}{7}$ et $\frac{-15}{4}$

4) $\frac{-12}{7}$ et $\frac{15}{4}$ 5) $2\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$

II) soient a et b deux réels tel que : $a\le b$

comparer : 1) $5a$ et $5b$ 2) $-13a$ et $-13b$

III) soient a et b deux réels strictement positifs tel que : $a\le b$

comparer : 1) a^2 et b^2 2) $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$

3) $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$

IV) soient a et b deux réels négatifs tel que : $a\le b$

comparer : a^2 et b^2

Exercice5: *Soit a* est un réel strictement positif.

1. montrer que : Si $a>1$, alors $a^3>a^2>a$
2. montrer que : si $a<1$, alors $a^3<a^2<a$.

Exercice6: comparer a et b :

$a=\sqrt{6}$ et $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$

Exercice7: soit $x\in\mathbb{R}^{*+}$

1)Comparer : $\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$ et $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}$

2)En déduire une comparaison de : $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ et $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$

Exercice8: soit $a\in\mathbb{R}^{*+}$ et $b\in\mathbb{R}^{*+}$

Comparer : $x=\frac{7a+2b}{7a}$ et $y=\frac{8b}{7a+2b}$

Exercice9: calculer les expressions suivantes (éliminer le signe de valeur absolue)

1) $|-3|$ 2) $|3|$ 3) $\left|-\frac{3}{5}\right|$ 4) $|\sqrt{5}-2|$ 5) $|1-\sqrt{3}|$

6) $|\pi-4|$ 7) $|\sqrt{2}-\sqrt{7}|$ 8) $|3-2\sqrt{3}|$

9) $A=|4-2\sqrt{3}|-|5-3\sqrt{3}|+|9-5\sqrt{3}|$

Exercice10 : *(Résolution des équations)*

Résoudre les équations suivantes :

1) $|x-1|=5$ 2) $|2x+1|=|x-3|$ 3) $|x+2|=-1$

Exercice11: 1) calculer $\left(3\sqrt{2}-5\right)^2$

2)comparer : $3\sqrt{2}$ et 5

3)simplifier $\sqrt{43-30\sqrt{2}}$

Exercice12: simplifier si c'est possible

1) [2 ; 5] ∩ [4 ; 6] 2) [2 ; 5] ∪ [4 ; 6]

3)]-∞ ; 2] ∩ [-1 ; +∞[4)]-∞ ; 2] ∪ [-1 ; +∞[

Exercice13: calculer $I\cap J$ et $I\cup J$ dans les cas suivants :

$J=[-1,+\infty[$ et $I=]-3,7]$

$J=[4;10]$ et $I=]-\infty,5[$

$I=[0,10[$ et $J=[-5;-1]$

$I=\left[\frac{-2}{3},2\right]$ et $J=\left]-1,\frac{3}{2}\right[$

Exercice14: représenter chaque inégalité ou encadrement par l'intervalle qui convient ; 1) $x\ge-3$ 2) $x<5$

3) $1\le 2x\le 4$ 4) $0<6x-2\le 10$ 5) $-8\le 2-2x\le 6$

Exercice15: résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases}x\ge-3\\x\succ 2\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x\succ 5\\x\le 4\end{cases}$ 3) $\begin{cases}x\succ 7\\x\ge 0\end{cases}$ 3) $\begin{cases}-3\le x\le 0\\-7\prec x\prec 10\end{cases}$

Exercice16: on considéré l'intervalle $I=[-3;4]$

Trouver le milieu et l'amplitude et le rayon de intervalle I

Exercice17 : *(Résolution des inéquations)*

Résoudre les inéquations suivantes : $|2x+1|\prec 6$

1) $|x-1|\le 2$ 2) $|x+2|\ge 3$ 3) $|2x+1|\prec 6$

Exercice18: Soit x et y deux réels tq : $x\ge\frac{1}{2}$ et $y\le 1$ et $x-y=3$

1) Calculer : $E=\sqrt{(2x-1)^2}+\sqrt{(2y-2)^2}$

2) Montrer que : $\frac{1}{2}\le x\le 4$ et $-\frac{5}{2}\le y\le 1$

3) Calculer : $F=|x+y-5|+|x+y+2|$

Exercice19: sachant que : $\left(\sqrt{3}\simeq 1.732050808...\right)$

donner un encadrement du réel $\sqrt{3}$ à 10^{-2} près

Et préciser la valeur par défaut et par excès

Exercice20 : x est un réel tel que $-1<x<2$. On pose $B=-2x-3$.

Trouver un encadrement de B et trouer son amplitude

Exercice21 : $x\in[1;3]$ **et** $y\in[2;4]$

1)Trouver un encadrement de : x^2 et y^2 et $2x$ et $3y$

et $-x$ et $-y$ et $\frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y}$ et $\frac{x}{y}$

2)Trouver un encadrement de : $A=x^2+y^2+2x-3y$ et $B=\frac{2x-1}{x+1}$ et trouver les amplitudes des encadrements

Exercice22 : 1) Vérifier que $14^2<200<15^2$ et en déduire que ; $1,4<\sqrt{2}<1,5$

2) Trouver un encadrement de : $\sqrt{5}$

3) en déduire un encadrement de : $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{10}$

Exercice23 : $x\in\left[-3;1\right]$ et $y\in\left[-6;-2\right]$

Trouver un encadrement de : 1) $x+y$ 2) $x-y$ 3) x^2

4) y^2 5) $x\times y$ 6) $\frac{x}{y}$

Exercice24 : sachant que : $1,38<\sqrt{2}<1,42$

montrer que : $\left|\sqrt{2}-1,40\right|<0,02$

Que peut-on déduire ?

Exercice25: sachant que : $2,645\le\sqrt{7}\le 2,646$

a)Que représente $2,645$ pour $\sqrt{7}$?

a)Que représente $2,646$. pour $\sqrt{7}$?

Exercice26:soit $x\in\mathbb{R}^+$

Comparer $2\sqrt{x}-1$ et x

Exercice27 : soit $n\in\mathbb{N}$

On pose : $a=\sqrt{4n^2+1}$ et $b=2n+1$

Comparer a et b

Exercice28 : soient x et y deux réels tels que :

$x<y<3$

1)Montrer que : $x+y-6\prec 0$

2) Comparer $a=x^2-6x+1$ et $b=y^2-6y+1$

<u>Exercice29:</u>on pose $B=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

1)donner le signe de : B

2) Calculer B^2

3) donner une écriture simplifié de B

<u>Exercice30:</u>on pose : $a=\frac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ et $b=\frac{4+\sqrt{2}}{7}$

1)montrer que : $b-a=\frac{8-5\sqrt{2}}{14}$

2)comparer a et b

<u>Exercice31 :</u> a un nombre réel

Comparer : $4a-1$ **et** $4a^2$

<u>Solution :</u>on a $4a^2-\left(4a-1\right)=4a^2-4a+1=\left(2a-1\right)^2\ge 0$

Donc : $4a^2\ge 4a-1$

<u>Exercice32:</u>

soit x un élément de l'intervalle $\left]-1,+\infty\right[$

comparer : 12 **et** $-5x+1$ on utilisant les propriétés de l'ordre

<u>Exercice33:</u>1)montrer que : $\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}}+\sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}}=\sqrt{6+\sqrt{5}}$

2)montrer que : $\sqrt{9-\sqrt{79}}+\sqrt{9+\sqrt{79}}=\sqrt{18+\sqrt{8}}$

<u>Exercice34:</u>soit $a\ge 1$ on pose : $A=\sqrt{1+\frac{1}{a}}$

1)montrer que : $a\left(A+1\right)\left(A-1\right)=1$

2)a)montrer que : $2\le A+1\le 3$

b)en déduire que : $1+\frac{1}{3a}\le A\le 1+\frac{1}{2a}$

3)montrer que : $1,1$ est une valeur approchée de $\sqrt{1,2}$ a $\frac{1}{30}$ prés

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien