Série 2

Exercice 1 :

Soient A et B deux points distincts du plan .

1)- Construire les points D et C tels que : $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{AB}$

2)- Montrer que D est le milieu de [AC].

Exercice 2 :

Soient A , B , C et D quatre points du plan .

Soit le vecteur $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$

1)- Montrer que $\overrightarrow{u} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$

2)- Soit le vecteur $\overrightarrow{v} = 2\overrightarrow{BA} - 6\overrightarrow{BC}$.

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle rectangle en A.

Et soit G un point tel que : $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

1)- Montrer que : $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

2)- Construire le ponit K tel que : $\overrightarrow{AK} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{AC}$

3)- Montret que $ABGK$ est un rectangle et construire le point G .

4)- Soit E un point de (AB) tel que : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

Montrer que les points A , C et G sont alignés.

Exercice 4 :

Soit ABC un triangle et soient A' , B' et C' les milieus de [BC] , [AC] et [AB] réspectivement.

1)- Montrer que : $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{0}$

2)- Montrer que : $\overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CC'} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

3)- Soient E et F deux points du plan tels que :

$$\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BB'} \text{ et } \overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{CC'}$$

3-1)- Quelle est la nature de $ACBF$ et de $ABCE$?

3-2)- Montrer que les points E , A et F sont alignés.

Exercice 5 :

Soit ABC un triangle et soient les points E , F et G tels que :

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{CF}$; $2\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

1)- Construire les points E , F et G

2)- Montrer que $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{EC}$

3)- La droite (AG) coupe la droite (BC) en K . Montrer que K et le milieu de $[BC]$

Exercice 6 :

Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs non colinéaires.

Déduire les nombres x et y tel que :

$(5x-1)\overrightarrow{u} + (y^2+1)\overrightarrow{v} = (x+3)\overrightarrow{u} + 2y\overrightarrow{v}$

Exercice 7 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme et soit O un point du plan .

1)- Construire les points P , Q , R et I tels que :

$\overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{PQ} = 3\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{OR} = 3\overrightarrow{OB}$ et $RPQI$ un pallélogramme

2)- Montrer que les points O , D et Q sont alignés

3)- Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{PR}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

4)- Montrer que les points O , C et I sont alignés

●●●●● Exercice 8 :

Soit ABC un triangle et soit E un point tel que : $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$

1)- Construire le point E

2)- Soit I le point d'intersection des droites (AE) et (BC) .

On pose $\overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{CI} = b\overrightarrow{IB}$ tel que $(a, b) \in IR^2$

2-1)- Montrer que $(a-7)\overrightarrow{AI} = (3-4b)\overrightarrow{IB}$

2-2)- Conclure les valeurs de a et b . Donner la position du point I sur $[AE]$

●●●●● Exercice 9 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme et soient E et M deux points tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \quad ; \quad \overrightarrow{EM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$$

Montrer que les points B , M et D sont alignés

●●●●● Exercice 10 :

Soient A , B et C des points non alignés . I , J et K sont respectivement les milieux des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$

Soit le point G tel que : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

1)- Soit M un poit du plan . Montrer que : $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM})$

2)- Montrer que : $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CK} \quad ; \quad \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BJ} \quad ; \quad \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$

3)- Déduire que les droites (AI) , (BJ) et (CK) sont concourantes .

●●●●● Exercice 11 :

Soient A , B et C quatre points du plan .

Montrer que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$