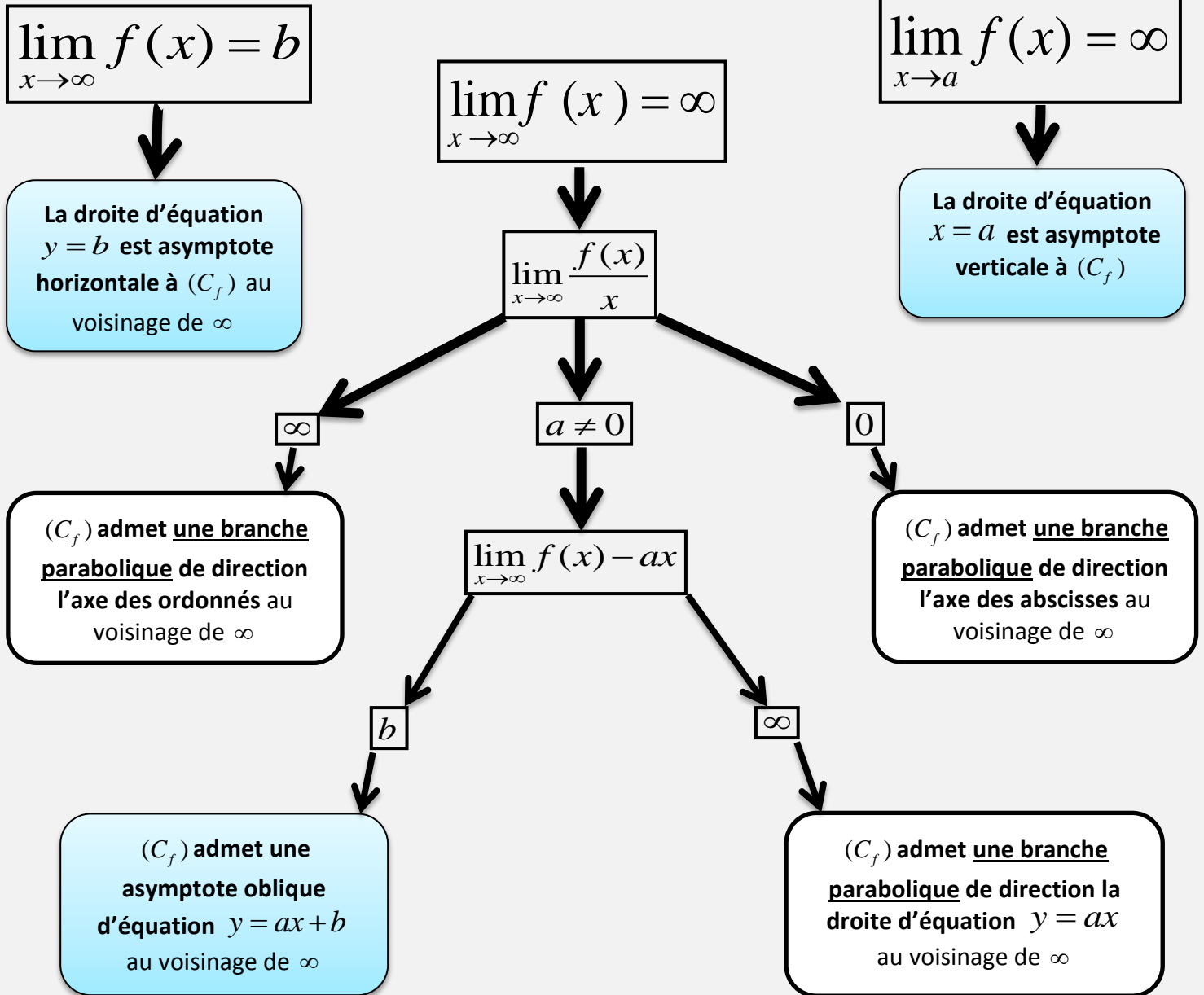


Branches infinies :



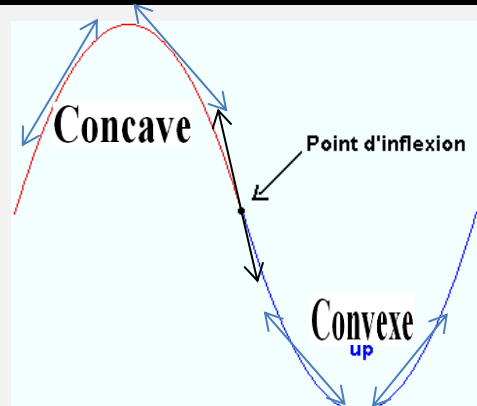






PROPRIÉTÉ

Si : $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - (ax + b)) = 0$ alors :

→ la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote oblique à (C_f) au voisinage de ∞ .



Concavité d'une courbe – point d'inflexion :

Définitions	<ul style="list-style-type: none"> ✓ (C_f) est convexe sur I s'il est au dessus de chacune de ses tangentes sur I ✓ (C_f) est concave sur I s'il est au dessous de chacune de ses tangentes sur I ✓ $A(a, f(a))$ est un point d'inflexion de (C_f) si, en A, (C_f) traverse sa tangente. 													
Propriétés	<ul style="list-style-type: none"> ✓ $f'' \geq 0$ sur $I \iff (C_f)$ est convexe sur I ✓ $f'' \leq 0$ sur $I \iff (C_f)$ est concave sur I ✓ f'' s'annule en changeant de signe en a alors $A(a, f(a))$ est un point d'inflexion de (C_f) 	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td colspan="3" style="padding: 5px;">a</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f''(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">○</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Concavité de (C_f)</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"> Convexe  </td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"> Point d'inflexion $A(a, f(a))$ </td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"> concave  </td> </tr> </table>	x	a			$f''(x)$	+	○	-	Concavité de (C_f)	Convexe 	Point d'inflexion $A(a, f(a))$	concave 
x	a													
$f''(x)$	+	○	-											
Concavité de (C_f)	Convexe 	Point d'inflexion $A(a, f(a))$	concave 											
Propriété	<p>Si f' s'annule en a et ne change pas de signe alors $A(a, f(a))$ est un point d'inflexion de (C_f)</p> <p style="color: orange; font-size: 2em;">!</p>													

Éléments de symétrie de la courbe d'une fonction :

➤ Centre de symétrie :

Le point $I(a, b)$ est centre de symétrie de (C_f) ssi :

$$(\forall x \in D_f): \quad 2a - x \in D_f \quad \text{et} \quad f(2a - x) = 2b - f(x)$$

➤ Axe de symétrie :

La droite $(\Delta): x = a$ est axe de symétrie de (C_f) ssi :

$$(\forall x \in D_f): \quad 2a - x \in D_f \quad \text{et} \quad f(2a - x) = f(x)$$



REMARQUE :

- ✓ Si f est paire alors (C_f) est symétrique par rapport à l'axe des ordonnés.
- ✓ Si f est impaire alors (C_f) est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Compléments

➤ La position relative de (C_f) et d'une droite (Δ) d'équation : $y = ax + b$

Pour étudier la position relative de la courbe (C_f) et la droite (Δ) d'équation $y = ax + b$ sur un intervalle I , on étudie le signe de $f(x) - (ax + b)$ sur I

- ❖ Si $f(x) - (ax + b) > 0$ pour tout x de I alors (C_f) est au-dessus de (Δ) sur I .
- ❖ Si $f(x) - (ax + b) < 0$ pour tout x de I alors (C_f) est au-dessous de (Δ) sur I .

➤ L'intersection de (C_f) et les axes du repère

- Pour déterminer l'intersection de (C_f) et l'axe des abscisses, on résout l'équation $f(x) = 0$
- Pour déterminer l'intersection de (C_f) et l'axe des ordonnées on calcule $f(0)$

Plan d'étude d'une fonction

- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction s'il n'est pas donné dans l'énoncé.
- Réduire éventuellement cet ensemble par la recherche de la parité et de la périodicité de la fonction.
- Étudier la continuité de la fonction.
- Déterminer les limites de la fonction aux bornes de l'ensemble d'étude.
- Chercher les branches infinies de la courbe.
- Étudier la dérivabilité de la fonction.
- Déterminer la dérivabilité de la fonction aux points où les théorèmes de dérivabilité ne s'appliquent pas. Interpréter géométriquement ces limites en termes de tangentes.
- Calculer la dérivée de la fonction et étudier le signe de cette dérivée (une étude de fonction auxiliaire est parfois nécessaire).
- En déduire le sens de variation de la fonction.
- Résumer tous les résultats précédents dans un tableau après en avoir vérifié la cohérence. Calculer les coordonnées des points « particuliers » rencontrés dans l'étude et des points à tangente horizontale ($f'(x) = 0$).
- Calculer la dérivée seconde pour étudier la convexité de la fonction et déterminer les éventuels points d'inflexion de la courbe.
- Tracer la courbe représentative de la fonction :
 - Choisir astucieusement la position du repère dans le plan et l'unité de longueur si elle n'est pas donnée dans l'énoncé. Sinon, respecter l'unité imposée par l'énoncé.
 - Placer les asymptotes et les points particuliers (avec leur tangente).
 - Tracer la courbe en plaçant quelques autres points sans oublier de vérifier la cohérence avec le tableau de variations