Limite et continuité

1 Continuité en un point

Exercice 1 Soit la fonction f définie par

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^3-3x-2}{x-2} \quad si \quad x \neq 2 \\ f(2) &= 9 \end{aligned}$$

1. Donner le domaine de définition de la fonction f.

2. Montrer que f est continue en 2.

Exercice 2 Soit la fonction g définie par

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} \quad si \quad x > 0 \\ g(x) &= \frac{\sin(x)}{2x} \quad si \quad x < 0 \\ g(0) &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

1. Calculer g(3), g($-\pi$)

2. Montrer que la fonction g est continue en 0.

Exercice 3 Montrer que la fonction définie par

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\sqrt{x+1}-1}{\tan(x)} \quad si \quad x \neq 0 \\ f(0) &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

est continue en 0.

Exercice 4 Montrer que la fonction définie par

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^2+x-12}{x-3} \quad si \quad x \neq 3 \\ f(3) &= 7 \end{aligned}$$

est continue en 3.

Exercice 5 Montrer que la fonction définie par

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2x+1}{7-6x} \quad si \quad x \leqslant 2 \\ f(x) &= \frac{x^2+x-6}{x-2} \quad si \quad x > 2 \end{aligned}$$

est continue en 2.

Exercice 6 Déterminer les nombres réelles a et b pour que la fonction définie par

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^2+x-a}{x-1} \quad si \quad x < 1 \\ f(x) &= x^2+b \quad si \quad x \geqslant 1 \end{aligned}$$

soit continue en 1.

Exercice 7 Soit la fonction définie par

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x+1 \quad si \quad x > 0 \\ f(x) &= -2\sin(x)+1 \quad si \quad x \leqslant 0 \end{aligned}$$

1. Est ce que la fonction f est continue en 0 ?

2. Est ce que la fonction f est continue en $\frac{-\pi}{2}$?

Exercice 8 On considère la fonction définie par

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2\sin(x^2)}{x}+2 \quad si \quad x > 0 \\ f(x) &= x+1+m \quad si \quad x \leqslant 0 \end{aligned}$$

Déterminer la valeur de réel m pour que f soit continue en 0.