المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي	**الإمتحان الوطني الموحد للبكالوريا** المسالك الدولية ــ خيار فرنسية إمـتـحـان تـجـريـبـي - دورة يونيو 2021 نـمـوذج رقـم ــ3ــ	صفحة 1 4 ☆☆☆ $$$$$$$
إعداد : El-Ouarzazi Mohamed	♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣	RS2021	N° : MAB3

المادة	الرياضيات	مدة الانجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée.**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient.**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**
- ✓ **Écrire lisiblement et vérifier que le sujet est complet : il comporte 4 pages numérotées de 1 à 4, celle-ci est comprise.**

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domines comme suit :

Exercice 1	**Suites numériques**	**4pts**
Exercice 2	**Nombres complexes**	**5pts**
Exercice 3	**Fonctions primitives, Calcul intégral**	**2pts**
Problème	**Étude d'une fonction numérique**	**9pts**

✓ ln **désigne la fonction logarithme népérien**

Exercice 1 : (4points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par :

$$u_0 = 2020 \quad \textbf{et pour tout } n \in \mathbb{N} ; \quad u_{n+1} = \frac{2020}{2021}u_n + \frac{1}{2021}n + 1$$

0.75 **1) Montrer par récurrence que $\forall\, n \in \mathbb{N}$; $u_n \leq n + 2021$**

0.5 **2) a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2021}(n + 2021 - u_n)$ puis en déduire que la suite (u_n) est croissante**

0.25 **b) En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$; $u_n \geq 2020$**

3) On considère la suite numérique (v_n) définie par $v_n = u_n - n$ pour tout n de N

0.5 **a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2020}{2021}$**

0.75 **b) Déterminer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n pour tout n de N**

0.25 **4) Montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$**

1 **5) Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que : $0 < n(u_n - v_n) \leq e^{-\ln\left(\frac{1}{17}\right)}$**

Exercice 2 : (5points)

I- On considère le nombre complexe a tel que : $a = 2 + \sqrt{3} + i$

0.25 **1) a) Montrer que le module du nombre a est $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$**

0.25 **b) Vérifier que $a = 2\left(1 + \cos\frac{\pi}{6}\right) + 2i\sin\frac{\pi}{6}$**

1 **2) a) Linéariser $cos^2(\theta)$ et en déduire que $1 + \cos(2\theta) = 2cos^2(\theta)$**

0.5 **b) Montrer que $a = 4cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + 4i\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.** (rappel : $\sin(2\theta) = 2\cos\theta\sin\theta$)

0.25 **c) Montrer que $a = 4\cos\frac{\pi}{12}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ est la forme trigonométrique du nombre a**

0.5 **d) Montrer que $\left(2\left(\frac{a}{4\cos\frac{\pi}{12}}\right)^{2020} - 1\right)^{2021}$ est un nombre complexe imaginaire pur.**

(Remaquer que $i^{2021} = i$ **)**

II- On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A , B et C d'affixes respectives : $a = e^{i\frac{5\pi}{6}}$; $b = 1$; $c = -i$

0.25 **1) Montrer que $d = a + c - b$ est l'affixe du point D image du point A par la translation T du vecteur $\overrightarrow{BC}$**

2) Soit le point M' d'affixe z' l'image du point M d'affixe z par la rotation $\mathcal{R}$ de centre O et d'angle $\frac{5\pi}{6}$ tel que $\mathcal{R}(C) = B$

0.25 **a) Montrer que $b = ac$**

0.25 **b) Montrer que $d - a = c(1 - a)$**

0.5 **c) En déduire la nature du triangle ABD**

0.5 **3) Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tels que : $|cz - b| = 3b^{10}$**

Exercice : 3 (2 points)

0.5 **1) Montrer que** $\int_0^1 2x\,(x^2-1)^{2020}dx = \frac{1}{2021}$

2) L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ **, tel que** $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1cm.$

On considère la fonction numérique $t(x)$ **définie sur l'intervalle** $[1\,,e]$ **par :** $t(x) = \sqrt{1-\ln x}$

0.5 **a) Vérifier que la fonction** $U\,:\,x \longmapsto 2x - x\ln x$ **est une fonction primitive de la fonction** $u\,:\,x \longmapsto 1-\ln x$ **sur l'intervalle** $[1\,,e\,]$

1 **b) Montrer que** $V=(e-2)\pi\ \ cm^3$ **est le volume engendré par la rotation de la courbe** (C_t) **autour de l'axe des abscisses pour tout** $1 \le x \le e$

Problème : (9 points)

Partie I :

Soit g **la fonction numérique définie sur** $\mathbb{R}$ **par :** $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+2}$

Le tableau ci-contre est le tableau de variation de la fonction g

0.25 **1) Vérifier que** $g(2)=0$

0.25 **2) En déduire que** $g(x) \ge 0$ **pour tout** x **appartenant à** $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Partie II :

On considère la fonction numérique f **définie sur l'intervalle** $\mathbb{R}$ **par :** $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$ **et** (C_f) **sa courbe représentative dans un repère orthonormé** $(O;\vec{i};\vec{j})$ **.** (Unité : 1cm)

0.5 **1) a) Montrer que** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0.5 **b) Montrer que** $\lim\limits_{x\to+\infty}\big(f(x)-(x-1)\big) = 0$ **puis en déduire que la courbe** (C_f) **admet une asymptote oblique** (D) **au voisinage de** $+\infty$ **d'équation** $y = x-1$

0.5 **2) Montrer que** $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} = +\infty$ **et interpréter le résultat géométriquement.**

0.5 **3) a) Montrer que** $f'(x) = g(x)$ **pour tout** x **de** $\mathbb{R}$

0.5 **b) Calculer** $f'(2)$ **et interpréter le résultat géométriquement.**

0.5 **c) Montrer que** f **est une fonction croissante puis dresser le tableau de variation de la fonction** f

0.25 **4) En déduire que le point de coordonnées** $(2;3)$ **est un point d'inflexion de la courbe** (C_f)

0.5 **5) Montrer qu'il existe un réel unique** α **de l'intervalle** $]0\,;\,0.5[$ **tel que** $f(\alpha)=0$

0.5 **6) Montrer que** (C_f) **est au-dessus de** (D) **sur l'intervalle** $[0\,,+\infty[$ **, et en dessous de** (D) **sur l'intervalle** $]-\infty\,,0]$

0.75 **7) Construire dans le même repère** $(O;\vec{i};\vec{j})$ **, la courbe** (C_f) **et la droite** (D) **.** (On prend $f(0)=-1$) **(remaquer que la droite** (Δ) **d'équation** $y=x$ **coupe la courbe** (C_f) **aux points d'abscisses** 0.15 et 3.14 **)**

Partie III :

0.25 **1) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$.**

0.5 **2) Construire dans le même repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ la courbe représentative de la fonction f^{-1}**

0.5 **3) Déterminer la solution unique de l'équation : $f^{-1}(x) + f(x-1) = 5$**

Partie IV :

Soit h la fonction numérique définie par : $h(x) = xe^{-x+2}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

0.75 **1) Vérifier que : $2h(x) + h'(x) - h''(x) = 3e^{-x+2}$**

0.75 **2) Déterminer $H(x)$ la fonction primitive de la fonction $h(x)$ dans $\mathbb{R}$** (On prend $c = 0$)

0.75 **3) Calculer, en cm^2 l'aire du domine plan limité par la courbe (C_f) et la droite (D) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$**

الله ولـــــي التوفيـــــــق