

**Dérivabilité en un point:**

On dit qu'une fonction  $f$  est dérivable en un point  $x_0$  si la limite :  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  est finie

Cette limite est nommée le nombre dérivé de la fonction  $f$  en  $x_0$  et on écrit :  $f'(x_0)$

**Equation de la tangente à la courbe d'une fonction – la fonction affine tangente à la courbe d'une fonction:**

Soit  $f$  une fonction dérivable en  $x_0$

- L'équation de la tangente à la courbe de  $f$  au point d'abscisse  $x_0$  est :  

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$
- La fonction  $u$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $u(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$  est la fonction affine tangente à la courbe de la fonction  $f$  au point d'abscisse  $x_0$  et c'est une approche de la fonction  $f$  au voisinage de  $x_0$

**Dérivabilité à droite – à gauche, en un point:**

On dit que  $f$  est dérivable à droite en  $x_0$  si la limite :  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  est finie

Cette limite est nommée le nombre dérivé de la fonction  $f$  à droite en  $x_0$  et on écrit :  $f'_d(x_0)$

On dit que  $f$  est dérivable à gauche en  $x_0$  si la limite :  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  est finie

Cette limite est nommée le nombre dérivé de la fonction  $f$  à gauche en  $x_0$  et on écrit :  $f'_g(x_0)$

On dit qu'une fonction  $f$  est dérivable en un point  $x_0$  si elle est dérivable à droite et à gauche en  $x_0$ ,  
 et  $f'_d(x_0) = f'_g(x_0)$

**La dérivabilité et la continuité:**

Si une fonction  $f$  est dérivable en  $x_0$ , alors  $f$  est continue en  $x_0$

**Tableaux des dérivées de quelques fonctions usuelles:**

$f(x)$	$f'(x)$	
$k$	$0$	
$x$	$1$	$(x \in \mathbb{R})$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	
$x^r$	$rx^{r-1}$	$(r \in \mathbb{Q}^* - \{1\})$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	

### Opérations sur les fonctions dérivables:

$(u+v)' = u' + v'$	$(u-v)' = u' - v'$	$(k \in \mathbb{R}); (ku)' = ku'$
$(uv)' = u'v + uv'$		$(u^n)' = nu'u^{n-1}$
$\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$		$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

### La dérivée du composé de deux fonctions - la dérivée de la fonction racine carré:

$(u \circ v)' = v' \times [u' \circ v]$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
---	--------------------------------------

### La dérivation et les variations d'une fonction:

Soit  $f$  une fonction dérivable sur un intervalle  $I$

$\forall x \in I; f'(x) \geq 0 (f'(x) > 0) \Leftrightarrow f$  est croissante (strictement croissante) sur l'intervalle  $I$

$\forall x \in I; f'(x) = 0 \Leftrightarrow f$  est constante sur l'intervalle  $I$

$\forall x \in I; f'(x) \leq 0 (f'(x) < 0) \Leftrightarrow f$  est décroissante (strictement décroissante) sur l'intervalle  $I$

### La dérivation et l'interprétation géométrique:

La limite	Déduction	Interprétation géométrique la courbe $(C_f)$ admet :
$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = a; (a \neq 0)$	$f$ est dérivable en $x_0$	Une tangente au point $A(x_0; f(x_0))$ de coefficient directeur $a$
$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 0$		Une tangente horizontale au point $A(x_0; f(x_0))$
$\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = a; (a \neq 0)$	$f$ est dérivable à droite en $x_0$	Une demi-tangente à droite du point $A(x_0; f(x_0))$
$\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 0$		Une demi-tangente horizontale au point $A(x_0; f(x_0))$
$\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = -\infty$	$f$ n'est pas dérivable à droite en $x_0$	Une demi-tangente verticale à droite au point $A(x_0; f(x_0))$ dirigé vers le bas
$\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$		Une demi-tangente verticale à droite au point $A(x_0; f(x_0))$ dirigé vers le haut
$\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = a; (a \neq 0)$	$f$ est dérivable à gauche en $x_0$	Une demi-tangente à gauche du point $A(x_0; f(x_0))$
$\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 0$		Une demi-tangente horizontale au point $A(x_0; f(x_0))$
$\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = -\infty$	$f$ n'est pas dérivable à gauche en $x_0$	Une demi-tangente verticale à gauche au point $A(x_0; f(x_0))$ dirigé vers le haut
$\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$		Une demi-tangente verticale à gauche au point $A(x_0; f(x_0))$ dirigé vers le bas