Les ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, ID , $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$

Les ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, ID , $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$

- l'ensemble des **entiers naturels** $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,4,5...\}$
- l'ensemble des **entiers relatifs** $\mathbb{Z}=\{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,...\}$
- l'ensemble des **nombres décimaux** $ID=\{a.10^n \,/\, a\in\mathbb{Z} \text{ et } n\in\mathbb{Z}\}$

⇨ **Exemples :** 3,25 ; 0,08696

- l'ensemble des **nombres rationnels** $\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b} \,/\, a\in\mathbb{Z} \text{ et } b\in\mathbb{Z}^*\right\}$

⇨ **Exemples :** $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{15}$; $\frac{1}{3}$

- l'ensemble des **nombres réels** est noté par $\mathbb{R}$ .C'est l'ensemble des nombres rationnels et irrationnels.

$$\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}.$$

Opérations dans $\mathbb{R}$

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$

$$\frac{1}{\frac{a}{b}}=\frac{b}{a}$$

$$\frac{a}{b}=c \iff a=bc$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \iff ad=bc$$

Puissances

$$a^n\times a^m=a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$$

$$\frac{1}{a^n}=a^{-n}$$

$$(a^n)^m=a^{nm}$$

$$a^n\times b^n=(ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Racines carrés

$a\in\mathbb{R}^+$ **et** $b\in\mathbb{R}^+$

$$\sqrt{a^2}=\sqrt{a}^2=a$$

$$\sqrt{a^n}=\sqrt{a}^n$$

$$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}} \quad , \ b\neq 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a} \quad , \ a\neq 0$$

Identités remarquables

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

L'ordre dans $\mathbb{R}$

Comparaison de deux réels

$$a \le b \quad \text{si} \quad a - b \le 0$$

Ordre Et Opérations dans IR

-si $a \le b$ **alors :** $a+c \le b+c$

-si $a \le b$ **et** $c \le d$ **alors :** $a+c \le b+d$

-si $c > 0$ **alors :** $a \le b \Leftrightarrow ac \le bc$

-si $c < 0$ **alors :** $a \le b \Leftrightarrow ac \ge bc$

-si $0 \le a \le b$ **et** $0 \le c \le d$ **alors :** $0 \le ac \le bd$

-si $0 < a \le b$ **alors :** $0 < \frac{1}{b} \le \frac{1}{a}$.

-si $a \le b < 0$ **alors :** $\frac{1}{b} \le \frac{1}{a} < 0$.

-si $0 \le a \le b$ **alors :** $\sqrt{a} \le \sqrt{b}$.

-si $0 \le a \le b$ **alors :** $a^2 \le b^2$.

-si $a \le b \le 0$ **alors :** $a^2 \ge b^2$.

L'encadrement

Toute inégalité de la forme $a \le x \le b$ ou $a \le x < b$ ou $a < x \le b$ ou $a < x < b$ est appelée **encadrement de** x **d'amplitude** $b - a$.

Propriétés

-si $a \le x \le b$ **et** $c \le y \le d$ **alors :**

$$a+c \le x+y \le b+d \quad \textbf{et} \quad a-d \le x-y \le b-c$$

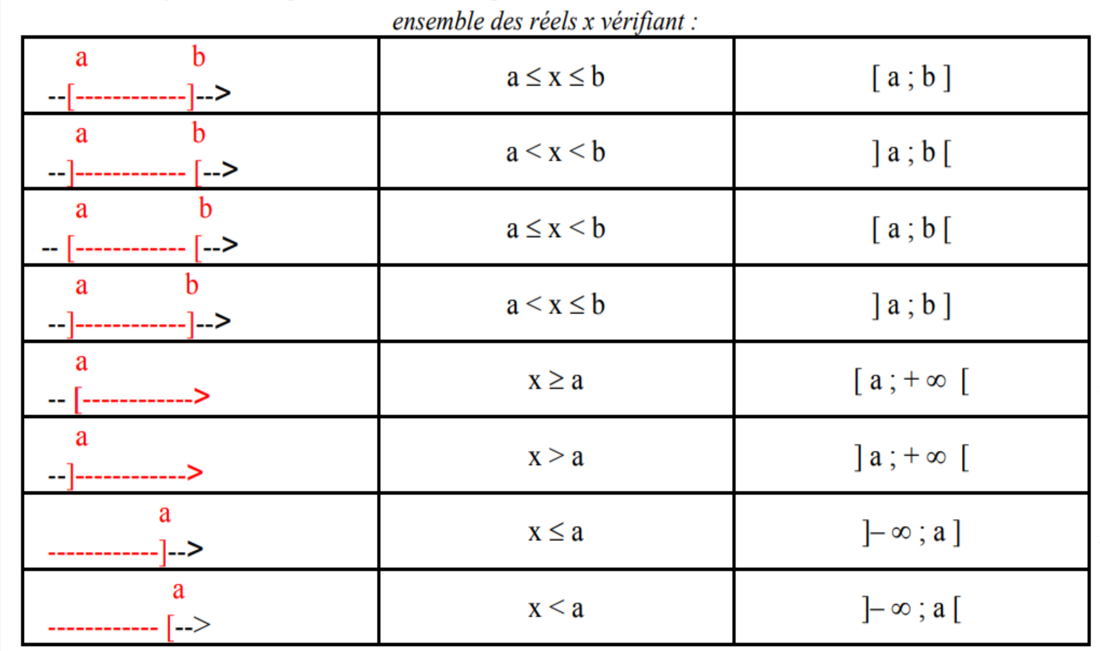
-si $0 \le a \le x \le b$ **alors :** $a^2 \le x^2 \le b^2$.

-si $a \le x \le b \le 0$ **alors :** $b^2 \le x^2 \le a^2$.

-si $a \le x \le b$ tels que a et b non nuls et de même signe **alors** :

$$\frac{1}{b} \le \frac{1}{x} \le \frac{1}{a} .$$

Intervalles de IR



REPRESENTATION	INEGALITE *ensemble des réels x vérifiant :*	INTERVALLE
a b --[------------]-->	$a \le x \le b$	[a ; b]
a b --]------------ [-->	$a < x < b$	] a ; b [
a b -- [------------ [-->	$a \le x < b$	[a ; b [
a b --]------------]-->	$a < x \le b$	] a ; b]
a -- [------------>	$x \ge a$	[a ; +∞ [
a --]------------>	$x > a$	] a ; +∞ [
a ------------]-->	$x \le a$	]-∞ ; a]
a ------------ [-->	$x < a$	]-∞ ; a [

Union et Intersection d'intervalles

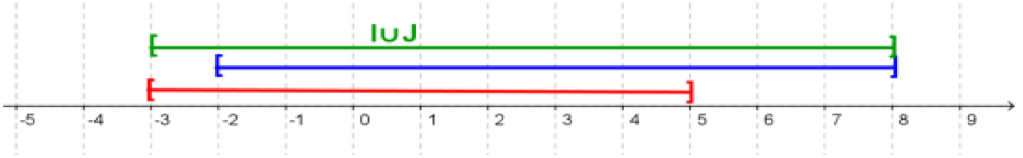
La réunion de deux intervalles I et J est l'ensemble des nombres qui sont dans I OU dans J (au moins dans l'un des deux) : elle se note I ∪ J

(∪ se lit « union »)

L'intersection de deux intervalles I et J est l'ensemble des nombres qui sont dans I ET dans J (les deux à la fois) : elle se note I ∩ J

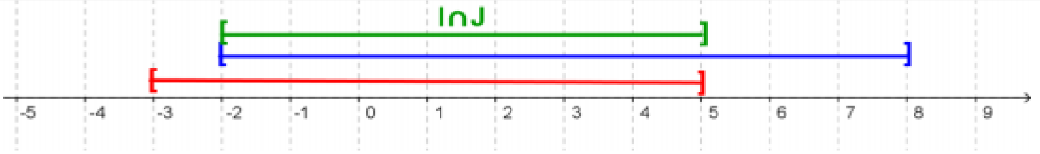
(∩ se lit « inter »).

Exemple1 (union)



$[-3 ; 5] \cup [-2 ; 8] = [-3 ; 8]$

Exemple2 (intersection)



$[-3 ; 5] \cap [-2 ; 8] = [-2 ; 5]$

Longueur , centre et rayon d'un intervalle $I=[a,b]$

-longueur de $I=[a,b]$ est : $b-a$

-centre de $I=[a,b]$ est : $\frac{a+b}{2}$

-rayon de $I=[a,b]$ est : $\frac{b-a}{2}$

valeur absolue

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si} \quad x \geq 0 \\ -x & \text{si} \quad x \leq 0 \end{cases}$$

Propriétés de la valeur absolue

$|x|=0$ équivalent à $x=0$; $|xy|=|x||y|$; $|x+y| \leq |x|+|y|$

$|x| \geq 0$; $|-x|=|x|$; $|x^2|=|x|^2=x^2$; $\left|\frac{x}{y}\right|=\frac{|x|}{|y|}$; $\sqrt{x^2}=|x|$

$(r \geq 0)$

$$|x|=r \iff x=r \text{ ou } x=-r$$

$$|x|=|y| \iff x=y \text{ ou } x=-y$$

$$|x| \leq r \iff -r \leq x \leq r$$

$$|x| \geq r \iff x \geq r \text{ ou } x \leq -r$$

Signe du binôme $ax+b$ $(a \neq 0)$

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		Signe contraire de a	0	Signe de a	

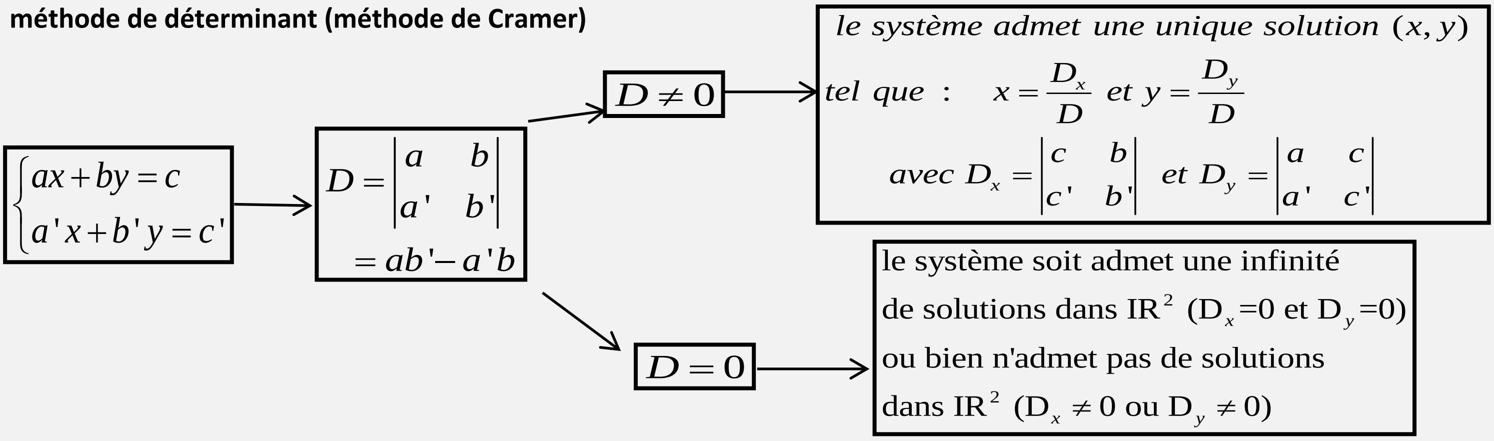
Signe et factorisation du trinôme ax^2+bx+c $(a \neq 0)$

<table>
<tr><th>Discriminant
$\Delta = b^2-4ac$</th><th>Résolution de l'équation
$ax^2+bx+c=0$</th><th>Factorisation du trinôme
ax^2+bx+c</th><th>Signe du trinôme
ax^2+bx+c</th></tr>
<tr><td>$\Delta > 0$</td><td>L'équation admet deux solutions distinctes :
$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
$S = \{x_1 ; x_2\}$</td><td>$a(x-x_1)(x-x_2)$</td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>x_1</td><td></td><td>x_2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>ax^2+bx+c</td><td></td><td>Signe de a</td><td>0</td><td>Signe contraire de a</td><td>0</td><td>Signe de a</td><td></td></tr></table>(on suppose que $x_1 < x_2$)</td></tr>
<tr><td>$\Delta = 0$</td><td>L'équation admet une unique solution qui est $x_0 = \frac{-b}{2a}$.
$S = \{x_0\}$</td><td>$a(x-x_0)^2$</td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>x_0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>ax^2+bx+c</td><td></td><td>Signe de a</td><td>0</td><td>Signe de a</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>$\Delta < 0$</td><td>L'équation n'admet aucune solution dans IR
$S = \phi$</td><td>Le trinôme n'admet pas de factorisation dans IR</td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>ax^2+bx+c</td><td colspan="2">Signe de a</td></tr></table></td></tr>
</table>

Somme et produit des solutions d'une équation de seconde degré	Si l'équation $ax^2+bx+c=0$ **admet deux solutions** x_1 et x_2 Alors : $x_1+x_2 = \frac{-b}{a}$ et $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$
Détermination de deux nombres dont la somme et le produit sont connus	Deux nombres u et v dont la somme est S et le produit est P $\left(\text{càd} \begin{cases} u+v=s \\ uv=p \end{cases}\right)$ sont les solutions de l'équation : $x^2 - sx + p = 0$

Système de deux équations du premier degré à deux inconnues

méthode de déterminant (méthode de Cramer)



$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$$

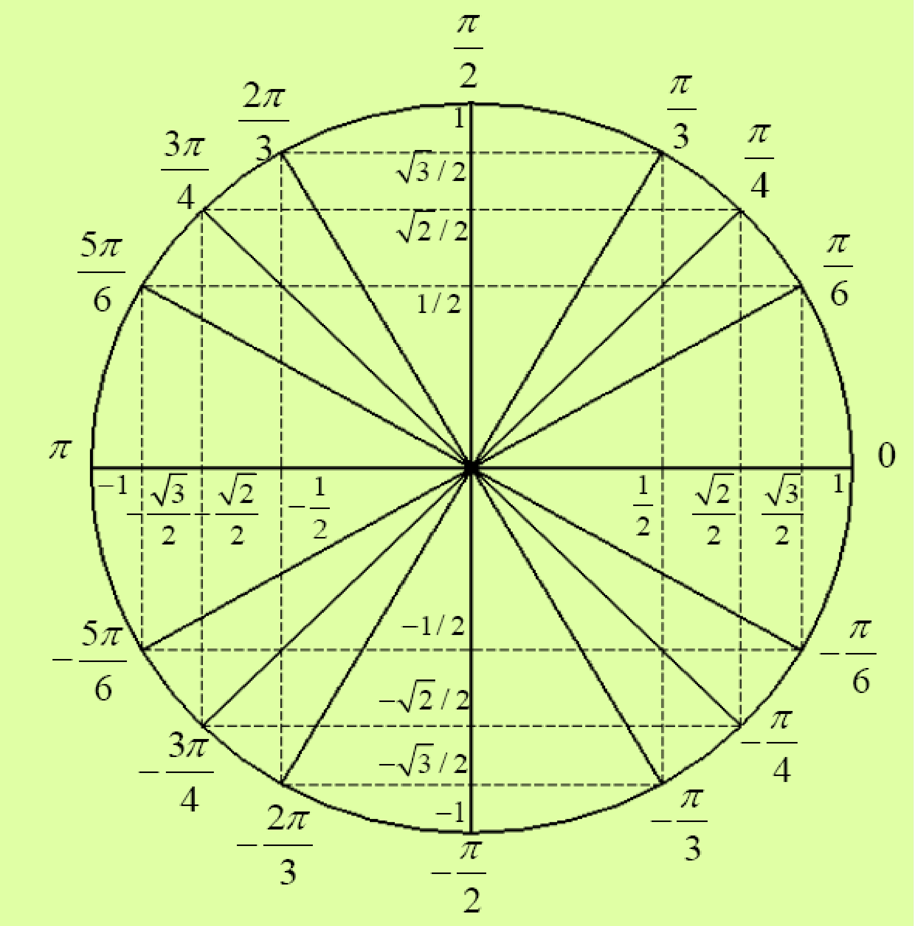
$D \neq 0$

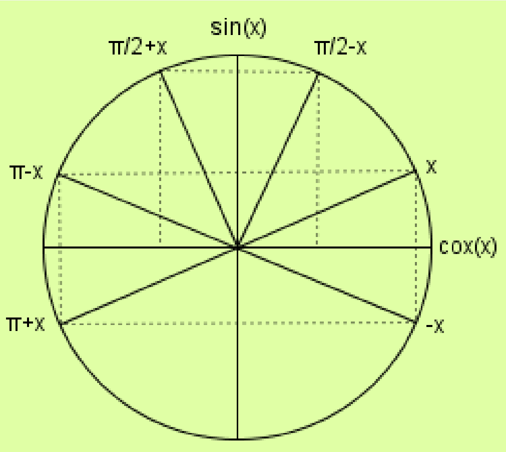
le système admet une unique solution (x,y) tel que : $x = \frac{D_x}{D}$ et $y = \frac{D_y}{D}$ avec $D_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}$ et $D_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}$

$D = 0$

le système soit admet une infinité de solutions dans IR^2 ($D_x=0$ et $D_y=0$) ou bien n'admet pas de solutions dans IR^2 ($D_x \neq 0$ ou $D_y \neq 0$)

Trigonométrie





$$\sin(-x) = -\sin(x)$$
$$\cos(-x) = \cos(x)$$
$$\tan(-x) = -\tan(x)$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$$
$$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$$
$$\tan(\pi + x) = \tan(x)$$

$$\sin(\pi - x) = \sin(x)$$
$$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$$
$$\tan(\pi - x) = -\tan(x)$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x)$$
$$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x)$$
$$\tan(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{1}{\tan(x)}$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos(x)$$
$$\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin(x)$$
$$\tan(\frac{\pi}{2} + x) = -\frac{1}{\tan(x)}$$

Equations trigonométriques

$$\sin(x) = \sin(a) \Leftrightarrow x = a + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \pi - a + 2k\pi \quad ; \; k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos(x) = \cos(a) \Leftrightarrow x = a + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = -a + 2k\pi \quad ; \; k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan(x) = \tan(a) \Leftrightarrow x = a + k\pi \quad ; \; k \in \mathbb{Z}$$

$\cos(x + 2k\pi) = \cos x$ $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$ $\tan(x + k\pi) = \tan x$	$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$-1 \leq \cos x \leq 1$ $-1 \leq \sin x \leq 1$ $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Formules de transformation :

- $cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$
- $sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$
- $cos(a-b) = cos(a)cos(b) + sin(a)sin(b)$
- $sin(a-b) = sin(a)cos(b) - cos(a)sin(b)$

- $tan(a+b) = \frac{tan(a)+tan(b)}{1-tan(a)tan(b)}$ ● $tan(a-b) = \frac{tan(a)-tan(b)}{1+tan(a)tan(b)}$

Résultats :

- $$cos(2x) = cos^2(x) - sin^2(x)$$
  $$= 2cos^2(x) - 1 \quad = 1 - 2sin^2(x)$$
- $sin(2x) = 2sin(x)cos(x)$
- $tan(2x) = \frac{2tan(x)}{1-tan^2(x)}$

- $cos^2(a) = \frac{1+cos(2a)}{2}$
- $sin^2(a) = \frac{1-cos(2a)}{2}$
- $tan^2(a) = \frac{1-cos(2a)}{1+cos(2a)}$

- $sin(a) = \frac{2t}{1+t^2}$ $\qquad t = tan(\frac{a}{2})$
- $cos(a) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$
- $tan(a) = \frac{2t}{1-t^2}$

Transformation de produit en somme :

- $cos(a)cos(b) = \frac{1}{2}[cos(a+b) + cos(a-b)]$
- $sin(a)sin(b) = \frac{-1}{2}[cos(a+b) - cos(a-b)]$
- $sin(a)cos(b) = \frac{1}{2}[sin(a+b) + sin(a-b)]$

Transformation de somme en produit :

- $cos(a) + cos(b) = 2cos\left(\frac{a+b}{2}\right)cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$
- $cos(a) - cos(b) = -2sin\left(\frac{a+b}{2}\right)sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$
- $sin(a) + sin(b) = 2sin\left(\frac{a+b}{2}\right)cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$
- $sin(a) - sin(b) = 2cos\left(\frac{a+b}{2}\right)sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$

Transformation de formule : $\mathrm{acos(x) + bsin(x)} \quad (\mathrm{a,b}) \neq (0,0)$

- $acos(x) + bsin(x) = \sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}cos(x) + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}sin(x)\right)$

$$= \quad \sqrt{a^2+b^2}\,cos(x-\alpha)$$

tel que α un réel qui vérifie :

$sin(\alpha) = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ و $cos(\alpha) = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

LIMITE D'UNE FONCTION NUMERIQUE

I. Limite finie d'une fonction en un point :

1. Limites des fonctions référentielles en 0 :

$$\lim_{x\to 0} x = 0 \quad ; \quad \lim_{x\to 0} x^n = 0 \quad (n\in\mathbb{N}^*) \quad ; \quad \lim_{x\to 0}\sqrt{|x|} = 0$$

Propriété (*unicité de la limite*) :

Si une fonction admet une limite ℓ en un réel a alors ℓ est unique.

2. limites des fonctions polynômes -limites des fonctions rationnelles en un réel :

Soient $P(x)$ et $Q(x)$ deux fonctions polynômes et $a\in\mathbb{R}$.

- $\lim_{x\to a} P(x) = P(a)$
- **Si** $Q(a)\neq 0$ **alors** $\lim_{x\to a}\dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{P(a)}{Q(a)}$

3. Propriété (Limite à droite et à gauche en un point):

Soient f une fonction numérique et a et ℓ deux nombres réels.

$$\lim_{x\to a} f(x) = \ell \quad\Leftrightarrow\quad \lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = \ell$$

II. Limite infinie d'une fonction en un point :

Limites usuelles :

Soit $n\in\mathbb{N}^*$

- $\lim_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^n} = +\infty$
- **Si n est pair :** $\lim_{x\to 0^-}\dfrac{1}{x^n} = +\infty$
- **Si n est impair :** $\lim_{x\to 0^-}\dfrac{1}{x^n} = -\infty$
- $\lim_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

III. Limite finie et infinie d'une fonction en l'infini :

1. Limite finie d'une fonction en l'infini :

Limites usuelles :

Soit $n\in\mathbb{N}^*$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{x^n} = 0 \quad ; \quad \lim_{x\to -\infty}\frac{1}{x^n} = 0 \quad ; \quad \lim_{x\to +\infty}\frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

2. Limite infinie d'une fonction en l'infini :

Limites usuelles :

Soit $n \in \mathbb{N}^*$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} x^n = +\infty$
- **Si** n **est pair :** $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n = +\infty$
- **Si** n **est impair :** $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$

IV. Limites et opérations :

Dans les tableaux qui suivent a **désigne un réel ou** $+\infty$ **ou** $-\infty$**,** ℓ **et** ℓ' **sont deux réels.**

1. Limite de la somme de deux fonctions

$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x \to a} g(x)$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{x \to a} (f+g)(x)$	$\ell+\ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	**F.I.**	**F.I.**

2. Limite du produit de deux fonctions :

$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	ℓ	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0	$\pm\infty$
$\lim\limits_{x \to a} g(x)$	ℓ'	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$	0
$\lim\limits_{x \to a} (fg)(x)$	$\ell\ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	**F.I.**	**F.I.**

3. Limite de l'inverse d'une fonctions

$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	$\ell \neq 0$	$+\infty$	$-\infty$	0^+	0^-
$\lim\limits_{x \to a} \dfrac{1}{f(x)}$	$\dfrac{1}{\ell}$	0	0	$+\infty$	$-\infty$

4. Limite du quotient de deux fonctions :

$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$ **Ou** $\ell < 0$	$-\infty$ **Ou** $\ell < 0$	$+\infty$ **Ou** $\ell > 0$	$+\infty$ **Ou** $\ell > 0$	0	$\pm\infty$
$\lim\limits_{x \to a} g(x)$	ℓ'	$\pm\infty$	$\ell > 0$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$\ell < 0$	0^+	0^-	0^+	0^-	0	$\pm\infty$
$\lim\limits_{x \to a} (\dfrac{f}{g})(x)$	$\dfrac{\ell}{\ell'}$	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	**F.I.**	**F.I.**

5. Limite infini d'une fonction polynôme – d'une fonction rationnelle :

La limite en $+\infty$ **(resp en** $-\infty$**) d'une fonction polynôme est la limite en** $+\infty$ **(resp en** $-\infty$**) de son monôme de plus haute degré.**

La limite en $+\infty$ **(resp en** $-\infty$**) d'une fonction rationnelle est la limite en** $+\infty$ **(resp en** $-\infty$**) du quotient des monômes de plus haute degré du numérateur et du dénominateur.**

Remarque :

La propriété précédente n'est valable que pour les fonctions polynômes et les fonctions rationnelles et uniquement pour l'étude des limites en l'infini.

V. Limites et ordre :

Soient f **,** g **et** h **trois fonctions définies sur un intervalle de la forme** $I=[a,\ +\infty[$ $(a\in\mathbb{R})$ **et soit** $\ell\in\mathbb{R}$

- **Si** $\begin{cases}(\forall x\in I)\ ; & f(x)\le g(x)\\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty\end{cases}$ **alors:** $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ **.**
- **Si** $\begin{cases}(\forall x\in I)\ ; & f(x)\le g(x)\\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty\end{cases}$ **alors:** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ **.**
- **Si** $\begin{cases}(\forall x\in I)\ ; & |f(x)-\ell|\le g(x)\\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0\end{cases}$ **alors:** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\ell$ **.**
- **Si** $\begin{cases}(\forall x\in I)\ ; & \mathrm{g}(x)\le f(x)\le h(x)\\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\ell\end{cases}$ **alors:** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\ell$ **.**

Remarque :

Les propriété précédentes restent valables quand x **tend vers** $-\infty$ **ou tend vers** a **à gauche ou à droite.**

VI. Limites des fonctions trigonométriques

1) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin(x)}{x}=1$ **;** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos(x)}{x^2}=\dfrac{1}{2}$ **;** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\tan(x)}{x}=1$

2) - **Pour tout** $a\in\mathbb{R}$; $\lim\limits_{x\to a}\ \cos(x)=\cos(a)$; $\lim\limits_{x\to a}\ \sin(x)=\sin(a)$

- **Pour tout** $a\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\,/\,k\in\mathbb{Z}\right\}$; $\lim\limits_{x\to a}\ \tan(x)=\tan(a)$

Conséquences :

Pour tout $a\in\mathbb{R}^*$ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin(ax)}{ax}=1$ **;** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos(ax)}{(ax)^2}=\dfrac{1}{2}$ **;** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\tan(ax)}{ax}=1$

VII. Limites d'une fonction irrationnelle

Soit f **une fonction définie et positive sur un voisinage d'un réel** a **et soit** $\ell\in\mathbb{R}^+$

- **Si** $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\ell$ **alors :** $\lim\limits_{x\to a}\sqrt{f(x)}=\sqrt{\ell}$ **.**
- **Si** $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$ **alors :** $\lim\limits_{x\to a}\sqrt{f(x)}=+\infty$ **.**

Remarque: **Enoncés analogues en** $+\infty$ **et en** $-\infty$