

PRIMITIVES

EXERCICES CORRIGES

Exercice n°1.

Dérivée et primitives

- 1) Calculez la dérivée de la fonction f définie par $f(x) = 3x^3 - 9x + 1$.
- 2) Déduisez-en deux primitives de la fonction g définie par $g(x) = 9x^2 - 9$
- 3) Déterminer le sens de variation de f sur \mathbb{R}

Exercice n°2 à 11 – Primitives sans fonction logarithme

Déterminer une primitive de f sur un intervalle contenu dans son ensemble de définition

Exercice n°2. Usage des tableaux de primitives usuelles

- | | | | |
|-----------------------------|------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) $f(x) = 2x + 1$ | 2) $f(x) = 10x^4 + 6x^3 - 1$ | 3) $f(x) = (x-1)(x+3)$ | 4) $f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2$ |
| 5) $f(x) = \frac{-4}{3x^5}$ | 6) $f(x) = x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ | 7) $f(x) = \sin x - 2 \cos x$ | |

Exercice n°3. Primitive et constante

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 3x - 1 + \frac{2}{x^2}$.

Déterminer la primitive F de f sur $]0; +\infty[$ qui s'annule pour $x=1$.

Exercice n°4.

Trouver la primitive F de f sur I vérifiant la condition donnée

- 1) $f(x) = 1 - x + x^2 - x^3$ $I = \mathbb{R}$ $F(1)=0$
- 2) $f(x) = x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ $I =]0; +\infty[$ $F(1)=1$

Exercices n°5 à n°8 : Déterminer une primitive des fonctions données

Exercice n°5. Forme $u'u^n$

1) $f(x) = 3(3x+1)^4$	2) $f(x) = 16(4x-1)^3$	3) $f(x) = (2x+7)^6$	4) $f(x) = (6x-2)(3x^2-2x+3)^5$
5) $f(x) = \frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$	6) $f(x) = \sin x \cos x$		

Exercice n°6. Forme $\frac{u'}{u^2}$

1) $f(x) = \frac{4}{(1+4x)^2}$	2) $f(x) = \frac{6}{(2x+1)^2}$	3) $f(x) = \frac{1}{(4x+3)^2}$	4) $f(x) = \frac{-1}{(2-x)^2}$
5) $f(x) = \frac{2}{(4-3x)^2}$	6) $f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$	7) $f(x) = \frac{4x-10}{(x^2-5x+6)^2}$	8) $f(x) = \frac{\cos x}{\sin^2 x}$
9) $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$			

Exercice n°7.

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{3x+4}{(x+1)^3}$.

- 1) Déterminer les réels a et b tels que, pour tout $x \neq -1$, $f(x) = \frac{a}{(x+1)^2} + \frac{b}{(x+1)^3}$.
- 2) En déduire une primitive F de f sur $]-1; +\infty[$.

Exercice n°8. Forme $\frac{u'}{\sqrt{u}}$

1) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{3x+2}}$

2) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-5x}}$

3) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-3}}$

4) $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$

5) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

6) $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{2+\sin x}}$

Exercice n°9.

Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x\sqrt{x}$.

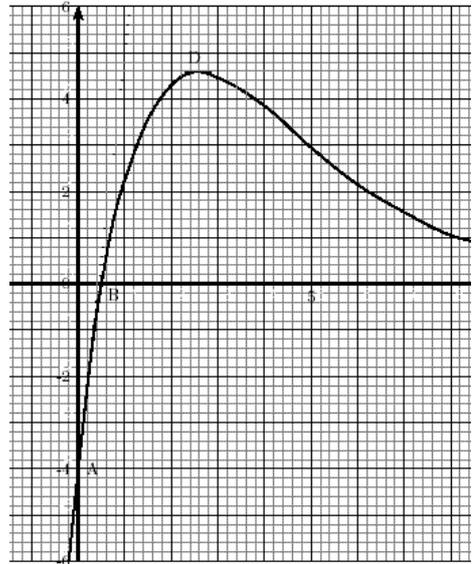
1) Calculez la dérivée de g sur $]0; +\infty[$

2) soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.

Déduisez de la première question une primitive de f sur $]0; +\infty[$

Exercice n°10.

La courbe (C) donnée ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .



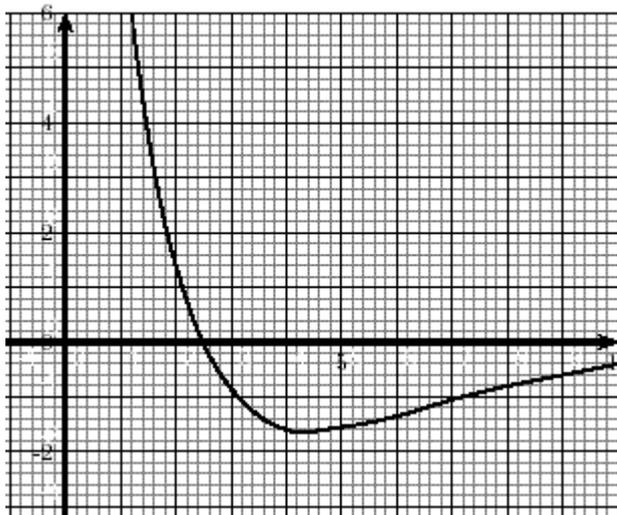
1) Pour chacune des affirmations ci-dessous indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier votre réponse :

a. Toute primitive de f s'annule pour $0,5$.

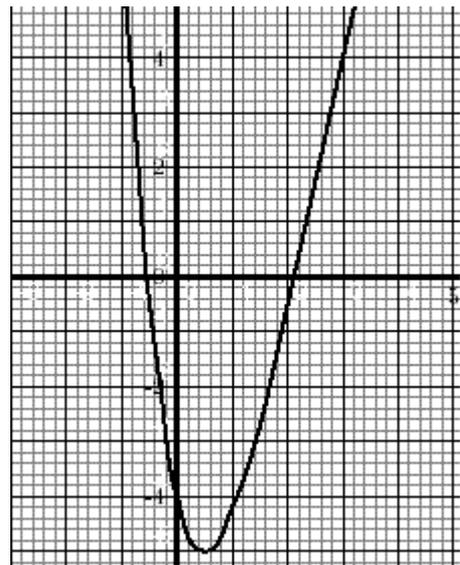
b. Toute primitive de f est décroissante sur $[0 ; 0,5]$.

2. Parmi les courbes (C_1) et (C_2) données ci-dessous, l'une est la représentation graphique d'une primitive de f sur \mathbb{R} . Indiquer laquelle en précisant les raisons de votre choix.

Courbe 1



Courbe 2



Exercice n°11 à 16 – Primitives utilisant les fonctions logarithmes et exponentielles

Exercice n°11.

Déterminez une primitive de la fonction f proposée sur l'intervalle I donné :

- 1) $f(x) = x^2 - 5x + \frac{1}{x}$ sur $I =]0; +\infty[$
- 2) $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ sur $I =]0; +\infty[$
- 3) $f(x) = \frac{7}{x} + \frac{5}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$ sur $I =]0; +\infty[$
- 4) $f(x) = \frac{3}{3x-4}$ sur $I = \left] \frac{4}{3}; +\infty \right[$
- 5) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ sur $I =]-1; +\infty[$
- 6) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ sur $I =]-\infty; -1[$
- 7) $f(x) = \frac{2x}{x^2-4}$ sur $I =]2; +\infty[$
- 8) $f(x) = \frac{1}{3x-5}$ sur $I =]2; +\infty[$
- 9) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+2}$ sur \mathbb{R}
- 10) $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ sur $I =]-1; 1[$

Exercice n°12.

On considère la fonction définie sur $I = [4; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 4}{x-2}$

- 1) Trouver trois réels a, b , et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$
- 2) En déduire une primitive de f sur $[4; +\infty[$

Exercice n°13.

Déterminez une primitive de la fonction f proposée sur l'intervalle I donné :

- 1) $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ sur $I = \left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$
- 2) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ sur $I = [1; +\infty[$
- 3) $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ sur $I =]1; +\infty[$
- 4) $f(x) = \tan x$ sur $I = \left] \frac{\pi}{2}; \pi \right[$

Exercice n°14.

Déterminez une primitive sur \mathbb{R} de la fonction f donnée :

1) $f(x) = \frac{1}{4}e^x$	2) $f(x) = e^{-x}$	3) $f(x) = e^{2x+3}$	4) $f(x) = xe^{x^2}$	5) $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$
----------------------------	--------------------	----------------------	----------------------	-------------------------------

Exercice n°15.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x+2)e^x$

Déterminez les nombres a et b tels que la fonction F , définie sur \mathbb{R} , par $F(x) = (ax+b)e^x$ soit une primitive de f .

Exercice n°16.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{3}{e^{-x}+1}$

- 1) Vérifiez que pour tout x de \mathbb{R} , on a $f(x) = \frac{3e^x}{e^x+1}$
- 2) Déduisez en la primitive F de f qui s'annule pour $x=0$