



Primitive d'une fonction sur un intervalle

1 Définitions et Propriétés

Soit f une fonction numérique définie sur l'intervalle I de \mathbb{R}

- * F est une primitive de la fonction f sur I Si $\left\{ \begin{array}{l} F \text{ est dérivable sur } I \\ \forall x \in I ; F'(x) = f(x) \end{array} \right.$
- * Si F est une fonction primitive de la fonction f sur I alors toute les fonction G définie sur I avec $G(x) = F(x) + k$ ($k \in \mathbb{R}$) sont des fonctions primitives de f sur I
- * Il existe une unique fonction Primitive F de la fonction f sur I ; avec $(x_0 \in I; y_0 \in \mathbb{R}) ; F(x_0) = y_0$
- * Toute fonction continue sur un intervalle sur un intervalle I admet une au moins une primitive sur I
- * La fonction $k \times F + G$ est une primitive de la fonction $k \times f + g$ sur I

2 Primitives des fonctions usuelles et les opérations sur les fonctions.

La fonction f	La fonction primitive F	..
a	$ax + k$	$(k \in \mathbb{R})$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$	$n \in \mathbb{Q}^*$ et $n \neq -1$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + k$	$x > 0$
e^x	$e^x + k$	$x \in \mathbb{R}$
$\sin(x)$	$\cos(x) + k$	$x \in \mathbb{R}$
$\cos(x)$	$-\sin(x) + k$	$x \in \mathbb{R}$
$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$	$\tan(x) + k$	$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$
$\sin(ax + b)$	$-\frac{1}{a} \times \cos(ax + b)$	$x \in \mathbb{R}$
$\cos(ax + b)$	$\frac{1}{a} \times \sin(ax + b)$	$x \in \mathbb{R}$
$v' + u'$	$v + u$	
$\frac{v'}{\sqrt{v}}$	$2\sqrt{v}$	$\forall x \in \mathbb{I}; v(x) \geq 0$
$\frac{v'}{v^2}$	$-\frac{1}{v}$	$\forall x \in \mathbb{I}; v(x) \neq 0$
$\frac{u'v - uv'}{v^2}$	$\frac{u}{v}$	$\forall x \in \mathbb{I}; v(x) \neq 0$
$v'v^r$ avec $r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\}$	$\frac{v^{r+1}}{r+1}$	$\forall x \in \mathbb{I}; v(x) \in \mathbb{R}$
$v' \times u + u' \times v$	$u \times v$	$\forall x \in \mathbb{I}; v(x) \text{ et } u(x) \in \mathbb{R}$