

➤ **Propriété :**

Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I

Alors f admet **une fonction réciproque**, notée f^{-1} , définie sur l'intervalle $f(I)$

et on a :

$$\begin{cases} f^{-1}(x) = y \\ x \in f(I) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(y) = x \\ y \in I \end{cases}$$

➤ **Détermination de l'expression de $f^{-1}(x)$:**

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I

Soit x un élément de $f(I)$ et y un élément de I tel que: $f^{-1}(x) = y$

On a : $f^{-1}(x) = y \Leftrightarrow f(y) = x$ et en résolvant l'équation $f(y) = x$ d'inconnue y

On déduit l'expression de $f^{-1}(x)$ pour tout x de $f(I)$

➤ **Continuité de la fonction réciproque :**

Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I

Alors une fonction réciproque f^{-1} est continue sur l'intervalle $f(I)$

➤ **Dérivabilité de la fonction réciproque :**

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I

soit x_0 un élément de I et $y_0 = f(x_0)$

si f est dérivable en x_0 et si $f'(x_0) \neq 0$, alors la fonction f^{-1} est dérivable en y_0

et on a :

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I

si f est dérivable sur I et f' ne s'annule pas sur I

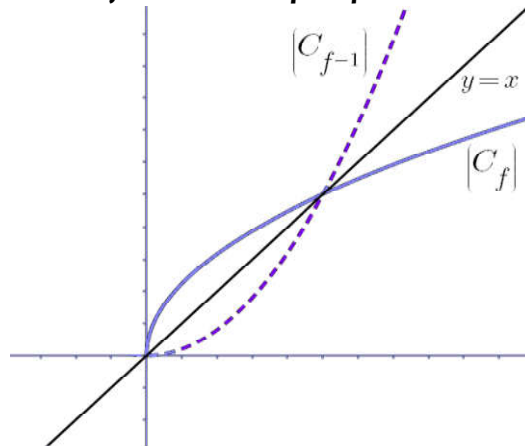
alors la fonction f^{-1} est dérivable sur $f(I)$ et on a :

$$\forall x \in f(I) \quad (f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'[f^{-1}(x)]}$$

➤ **Monotonie de la fonction réciproque :**

Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I
 Alors une fonction réciproque f^{-1} est strictement monotone sur $f(I)$
 et varie dans le même sens que f

➤ **La courbe représentative de la fonction réciproque :**



Dans un repère orthonormé $(C_{f^{-1}}$ est le symétrique de (C_f) par rapport à la première bissectrice du repère (droite d'équation: $y = x$)

➤ **Remarques:**

La courbe (C_f)	⇒	La courbe $(C_{f^{-1}})$
$A(a, b) \in (C_f)$		$A'(b, a) \in (C_{f^{-1}})$
admet une asymptote verticale d'équation : $x = a$		admet une asymptote horizontale d'équation : $y = a$
admet une asymptote horizontale d'équation : $y = a$		admet une asymptote verticale d'équation : $x = a$
admet une asymptote oblique d'équation : $y = ax + b$		admet une asymptote oblique d'équation : $y = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$ (on détermine l'expression de y à partir de la relation: $x = ay + b$)
admet une tangente (ou demi-tangente) verticale		admet une tangente (ou demi-tangente) horizontale
admet une tangente (ou demi-tangente) horizontale		admet une tangente (ou demi-tangente) verticale