Exercice 1 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

On considère les points A ,B et C d'affixes respectives: $a=i$, $b=\dfrac{-\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$ et $c=\dfrac{-\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i$.

① - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes a , b et c .

② - Placer les points A ,B et C sur le repère $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

③ - On pose : $Z=\dfrac{c-b}{a-b}$.

a - Déterminer $|Z|$ et $\arg(Z)$.

b - Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $|z-i|=\left|z+\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i\right|$.

Exercice 2 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

On considère les points A ,B et C d'affixes respectives: $a=2$, $b=\sqrt{2}(-1+i)$ et $c=\sqrt{2}(-1-i)$
Et soit E d'affixe e le milieu de segment $[AB]$.

① - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes a , b et c .

② - Placer les points A ,B et C sur le repère $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

③ - Montrer que le triangle OAB est isocèle, puis déduire un mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{u},\overrightarrow{OE}\right)$.

④ - Déterminer e puis $|e|$.

⑤ - Déduire : $\cos\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)$.

Exercice 3 :

On considère les nombres complexe suivants : $a=2i$, $b=\sqrt{3}+i$ et $c=\sqrt{2}+\sqrt{2}i$.

① - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes a , b et c .

② - Vérifier que : $a^{12}=b^{12}$.

③ - a - Déterminer la forme algébrique puis une forme trigonométrique du quotient : $\dfrac{c}{b}$.

b - Déduire : $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.

④ - On considère les points A ,B et C d'affixes respectives: a, b et c.

a - Montrer que O est centre de cercle circonscrit au triangle ABC.

b - Déterminer un mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right)$.

Exercice 4 :

On considère les nombres complexe suivants :

$$a=1-i\ ,\ b=\frac{\sqrt{3}+1}{2}+i\frac{\sqrt{3}-1}{2}\quad \text{et}\quad c=\frac{\sqrt{3}-1}{2}+i\frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

①- a – Déterminer la forme algébrique puis une forme trigonométrique des quotients : $\frac{c}{a}$ et $\frac{b}{a}$.

b – Déduire la forme trigonométrique des nombres complexes b et c .

②- Dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

On considère les points A(a) ,B(b) et C(c) .

a – Montrer que le quadrilatère OABC est un parallélogramme.

b – Montrer que : $(OB)\perp(AC)$.

c – Déterminer un mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)$.

d – Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $|z-c|=|z-a|$.

Exercice 5 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

On considère les points A ,B et C d'affixes respectives: $a=1, b=1-2i$ et $c=-2+2i$.
Et soit (C) le cercle de diamètre $[BC]$.

①- a – Déterminer ω l'affixe du point Ω le centre de cercle (C).

b – Calculer R le rayon de cercle (C).

②- Soit D le point d'affixe : $d=\frac{3+9i}{4+2i}$.

a – Déterminer la forme algébrique du nombre complexe d .

b – Montrer que : $D\in(C)$.

③- Soit E le point d'affixe e, tel que : $E\in(C)$ et $\left(\overrightarrow{\Omega A},\overrightarrow{\Omega E}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$.

a – Déterminer le module et l'argument du nombre complexe $e+\frac{1}{2}$.

b – En déduire que : $e=\frac{5\sqrt{2}-2}{4}+\frac{5\sqrt{2}}{4}i$.

Exercice 6 :

On considère dans Le plan complexe les points A et B d'affixes respectives:
$a=\sqrt{3}+1+i\left(\sqrt{3}-1\right)$ et $b=\sqrt{3}-1+i\left(\sqrt{3}+1\right)$.

①- Montrer que : $a^2=4\left(\sqrt{3}+i\right)$ et que : $b=i\bar{a}$.

②- Déterminer la forme trigonométrique nombre complexe $4\left(\sqrt{3}+i\right)$.

③- Déduire la forme trigonométrique nombres complexes a et b .

④- Calculer : $\arg\left(\frac{b}{a}\right)$, déduire la nature triangle OAB.