Exercice 1 :

① - *Simplifier les nombres suivants :*

$$A=\frac{\sqrt[3]{7^2}\times\sqrt[4]{7}\times\sqrt[5]{7^4}}{\left(\sqrt[6]{7^5}\right)^2} \quad ;; \quad B=\frac{\sqrt[3]{4}\times\sqrt{8}\times\sqrt[5]{2}}{\sqrt[4]{2^3}\times\sqrt[12]{2}} \quad ;; \quad C=\frac{\sqrt[4]{2048}\times\sqrt[4]{160000}}{\sqrt[8]{4096}\times\sqrt[3]{\sqrt{256}}\times\sqrt{512}}.$$

② - *Ordonner dans l'ordre croissant les nombres :* $A=\sqrt{2}\ ;B=\sqrt[3]{3}\ ;C=\sqrt[4]{5}\ ;D=7^{\frac{1}{6}}$ *et* $E=14^{\frac{1}{12}}$

③ - *Calculer les limites suivantes :*

$$a-\lim_{x\mapsto 1}\frac{\sqrt{x^2+x+2}+3x-5}{2x^2-5x+3} \ ;;\ b-\lim_{x\mapsto 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} \ ;;\ c-\lim_{x\mapsto 0}\frac{\sqrt[3]{x^2+1}-1}{x^2} \ ;;\ d-\lim_{x\mapsto 5}\frac{\sqrt[3]{x+22}-3}{x^2-6x+5}.$$

$$e-\lim_{x\mapsto 2}\frac{\sqrt[3]{2x+4}-\sqrt[3]{5x-2}}{x-2} \ ;;\ f-\lim_{x\mapsto 8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt[3]{x+56}-4} \ ;;\ g-\lim_{x\mapsto 1^+}\frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt[3]{x-1}} \ ;;\ h-\lim_{x\mapsto 3^+}\frac{1}{\sqrt{x-3}}-\frac{1}{\sqrt[3]{x-3}}.$$

$$i-\lim_{x\mapsto+\infty}\sqrt{2x^2-4x+1}-x+3 \ ;;\ j-\lim_{x\mapsto-\infty}\sqrt[3]{x^2-2x-3}-\sqrt[3]{x^2+1} \ ;;\ k-\lim_{x\mapsto+\infty}\frac{\sqrt[3]{x^3+x+1}}{x}.$$

$$l-\lim_{x\mapsto+\infty}\frac{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt{x+1}}{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt{x+1}} \ ;;\ m-\lim_{x\mapsto+\infty}\sqrt[3]{x^3+4x+2}+\sqrt{x^3-5x^2+1}-2x.$$

Exercice 2 :

Soit f *la fonction définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x-1}+3 & ;\ x\geq 1 \\ f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x-1} & ;\ x\prec 1 \end{cases}$.

①- a - *Déterminer* D_f *l'ensemble de définition de la fonction* f .

b - *Calculer :* $\lim_{x\mapsto+\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\mapsto-\infty} f(x)$.

②- *Etudier la continuité de la fonction* f *aux points* $x_0=1$.

③- *Etudier la continuité de la fonction* f *sur* $\mathbb{R}$.

④- *Soit* g *la restriction de* f *à l'intervalle* $]1;+\infty[$.

a - *Montrer que la fonction* g *admet une fonction réciproque* g^{-1} *définie sur un intervalle* J *à déterminer .*

b - *Calculer* $(\forall x\in J)$: $g^{-1}(x)$.

c - *Résoudre dans* J *l'équation :* $g^{-1}(x)=2$.

Exercice 3 :

On considère la fonction f *définie par :* $f(x)=2-\sqrt[3]{x^2-1}$.

①- a - *Déterminer* D_f *l'ensemble de définition de la fonction* f .

b - *Calculer :* $\lim_{x\mapsto+\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\mapsto-\infty} f(x)$.

② - Etudier la continuité de la fonction f sur D_f .

③ - Etudier les variations de f sur D_f .

④ - On considère l'équation : $(E): \quad f(x)=x$.

a - Montrer que l'équation (E) admet une unique solution α dans l'intervalle $]1;2[$.

b - Montrer que : $2-\alpha=\sqrt[3]{\alpha^2-1}$.

c - Donner un encadrement de α d'amplitude 5×10^{-1} .

⑤ - Soit g la restriction de f à l'intervalle $[1;+\infty[$.

a - Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

b - Déterminer $g^{-1}([0;1])$.

c - Calculer $(\forall x\in J): \quad g^{-1}(x)$.

Exercice 4 :

On considère la fonction g définie par : $g(x)=(x-1)^3+2$.

① - Etudier la continuité de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

② - Etudier les variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

③ - Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer .

④ - Déterminer $g^{-1}([-6;2])$.

⑤ - Calculer $(\forall x\in J): \quad g^{-1}(x)$.

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;0]$ par : $f(x)=\dfrac{x^2+2}{2x^2+1}$.

① - Etudier la continuité de la fonction f sur $]-\infty;0]$.

② - Etudier les variations de la fonction f sur $]-\infty;0]$.

③ - Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer .

④ - Calculer $(\forall x\in J): \quad f^{-1}(x)$.

⑤ - Montrer que l'équation $f(x)=\sqrt{2}$ admet une unique solution α dans l'intervalle $\left]\dfrac{-2}{3};\dfrac{-1}{2}\right[$

⑥ - Déduire que : $\dfrac{1}{2}\prec\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-1}}\prec\dfrac{2}{3}$.