Résumé de Cours FONCTIONS PRIMITIVES

PROF : ATMANI NAJIB

2ème BAC Sciences ex (pc-svt…)

FONCTIONS PRIMITIVES

I) FONCTION PRIMITIVE D'UNE FONCTION

Définition et propriétés

Définition : Soit f une fonction définir sur un intervalle I ; On dit que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle I si :**1)** F est dérivable sur I

2) $(\forall x \in I)\ (F'(x) = f(x))$

Théorème : Si f est continue sur I alors f admet une fonction primitive sur I

Remarque : La continuité dans le théorème précédent est une condition suffisante qui n'est pas nécessaire.

Propriété : Si f admet une fonction primitive F sur I alors toutes les fonctions primitives de f sur I s'écrivent de la : forme :$F + \lambda$ où λ est un réel.

Propriété : Si F_1 et F_2 sont deux fonction primitive d'une fonction f sur I alors :

$(\forall x \in I)(F_2(x) = F_1(x) + \lambda)$ où $\lambda \in \mathbb{R}$

Propriété : Si f admet une fonction primitive sur I et x_0

$\in I$; alors il existe une unique fonction F_0 fonction

Primitive de f telle que $F_0(x_0) = y_0$ où y_0 un réel

quelconque.

2) Tableau des fonctions primitives usuelles.

Fonction	Primitives
$x^n,\ n \in \mathbb{N}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$
$\frac{1}{x^n},\ n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C,\ C \in \mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x) + C,\ C \in \mathbb{R}$
$x^n,\ n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$
e^x	$e^x + C,\ C \in \mathbb{R}$
$\cos(x)$	$\sin(x) + C,\ C \in \mathbb{R}$
$\sin(x)$	$-\cos(x) + C,\ C \in \mathbb{R}$

3) Opérations sur les fonctions primitives.

Propriété : Si F est une fonction primitive de la fonction f sur l'intervalle I et G une fonction primitive de la fonction g sur l'intervalle I et α un réel alors :

1) $(F + G)$ est une fonction primitive de la fonction $(f + g)$ sur I

2) (αF) est une fonction primitive de la fonction (αf) sur I

Remarque :

Les seules opérations sur les fonctions primitives sont : la somme et le produit par un réel. Mais grâce au tableau des opérations sur les fonctions dérivées on peut en déduire :

Fonction	Primitives
$f'f^n,\ n \in \mathbb{N}$	$\frac{f^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$
$\frac{f'}{f^n},\ n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$	$-\frac{1}{(n-1)f^{n-1}} + C,\ C \in \mathbb{R}$
$f'f^n,\ n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$	$\frac{f^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$
$\frac{f'}{f}$	$\ln(f) + C,\ C \in \mathbb{R}$
$\frac{f'}{\sqrt{f}}$	$2\sqrt{f} + C,\ C \in \mathbb{R}$
$f'e^f$	$e^f + C,\ C \in \mathbb{R}$
$f'\cos(f)$	$\sin(f) + C,\ C \in \mathbb{R}$
$f'\sin(f)$	$-\cos(f) + C,\ C \in \mathbb{R}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron
Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien