Fonctions exponentielles

EL KYAL MOHAMED

➢ Fonction exponentielle népérienne :

- ***Définition :***

> *La fonction **exponentielle népérienne,** notée* $\exp$*, est la fonction réciproque de la fonction* ln*. On pose* $: \forall x \in \mathbb{R} \quad \exp\ x\ = e^x$

- ***Conséquences et propriétés :***

$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad ln\ e^x = x$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad e^x \times e^y = e^{x+y}$
$\forall x \in \left]0,+\infty\right[\quad e^{lnx} = x$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x\ ^r = e^{rx} \qquad r \in \mathbb{Q}$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \left]0;+\infty\right[$ $e^x = y \Leftrightarrow x = lny$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \dfrac{1}{e^x} = e^{-x}$
$\forall\ x,y\ \in \mathbb{R}^2 \quad e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad \dfrac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$

- ***Domaine de définition :***

f une fonction numérique de la variable réelle x définie par :	Domaine de définition de f :
$f\ x\ = e^x$	$D_f = \mathbb{R}$
$f\ x\ = e^{u\ x}$	$D_f = \ x \in \mathbb{R} \,/\, x \in D_u$

- ***Limites usuelles :***

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{e^x}{x^n}\right) = +\infty$	$n \in \mathbb{N}^*$
$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$	$\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$	
$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$		

- ***Continuité:***

> *La fonction* $x \mapsto e^x$ *est continue sur l'intervalle* $\mathbb{R}$

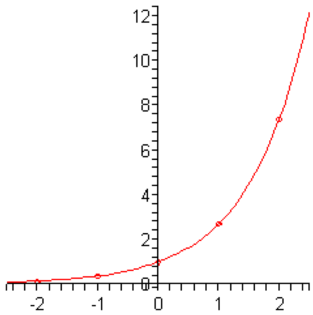
> *Si u est une fonction continue sur un intervalle I alors la fonction* $x \mapsto e^{u\ x}$ *est continue sur I*

- ***Dérivabilité :***

la fonction $x \mapsto e^{x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a: $\forall x \in \mathbb{R} \quad (e^{x})' = e^{x}$

Si u est une fonction est dérivable sur un intervalle I alors la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur I et on a: $\forall x \in I \quad \left(e^{u(x)}\right)' = u'(x) \times e^{u(x)}$

- ***Représentation graphique de exp :***



➤ *Fonction exponentielle de base* $a \in]0;+\infty[$:

- ***Définition :***

La fonction exponentielle de base a est la fonction définie par : $\forall x \in]0;+\infty[\quad a^{x} = e^{x\ell og\, x}$

- ***Conséquences et propriétés :***

$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 \quad a^{x} \times a^{y} = a^{x+y}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^{x} = e^{x\ln a}$ $\ell og_a (a^{x}) = x$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad (a^{x})^{r} = a^{rx} \quad r \in \mathbb{Q}$	$\forall x \in]0;+\infty[\quad a^{\ell og_a (x)} = a$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \dfrac{1}{a^{x}} = a^{-x}$	$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 \quad a^{x} = a^{y} \Leftrightarrow x = y$
$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 \quad \dfrac{a^{x}}{a^{y}} = a^{x-y}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0;+\infty[$ $a^{x} = y \Leftrightarrow x = \ell og_a (y)$

$0 < a < 1$	$a > 1$
$a^{x} > a^{y} \Leftrightarrow x < y$	$a^{x} > a^{y} \Leftrightarrow x > y$
$\lim\limits_{x \to +\infty} a^{x} = 0$ $\lim\limits_{x \to -\infty} a^{x} = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} a^{x} = +\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} a^{x} = 0$
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{a^{x} - 1}{x} = \ln a$	
$(a^{x})' = (\ln a) \times a^{x}$	