☆ ☆ ☆
$$$$$$$

الإمتحان الوطني الموحد للبكالوريا

المسالك الدولية ــ خيار فرنسية

إمتحان تجريبي - دورة يونيو 2021

نموذج رقم ــ1ــ

المملكة المغربية
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

N° : MPB2	RS2021	♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣	El-Ouarzazi Mohamed : إعداد

3h	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée.**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient.**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**
- ✓ **Écrire lisiblement et vérifier que le sujet est complet : il comporte 3 pages numérotées de 1 à 3, celle-ci est comprise.**

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domines comme suit :

Exercice 1	**Suites numériques**	**4pts**
Exercice 2	**Nombres complexes**	**5pts**
Exercice 3	**Limites, dérivabilité et calcul intégral**	**3pts**
Problème	**Étude d'une fonction numérique**	**8pts**

- ✓ ln **désigne la fonction logarithme népérien**

Exercice 1 : (4points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0=\frac{1}{2}$ et pour tout $n\in\mathbb{N}$; $u_{n+1}=\frac{2021u_n}{u_n+2020}$

0.5 **1) Montrer par récurrence que $\forall\, n\in\mathbb{N}$; $0\le u_n\le 1$**

0.5 **2) a) Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante**

0.25 **b) En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente**

3) On considère la suite numérique (v_n) définie par $v_n=\frac{u_n-1}{u_n}$ pour tout n de N

0.5 **a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q=\frac{2020}{2021}$**

1 **b) Déterminer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n pour tout n de N**

0.25 **4) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$**

1 **5) Résoudre l'équation : $(v_n)^n\times v_{n+1}\times(v_{2n})^{-3}=\left(\frac{2021}{2020}\right)^5$ pour tout n entier naturel pair.**

Exercice 2 : (5points)

1) Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on considère l'équation :

$$(E):\quad z^2-2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)z+10=0$$

0.5 **a) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est : $\Delta=-4\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$**

1 **b) En déduire les solutions de l'équation (E).**

2) Soient les nombres complexes $a=\sqrt{2}-2i\sqrt{6}$; $b=-1+i\beta$; $c=-1+2i$; $d=\beta+1+i$

0.75 **a) Montrer que $\left(\frac{a+i\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}\right)^{2020}+\left(\frac{\bar{a}-i\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}\right)^{2021}=0$**

0.5 **b) Vérifier que $\frac{c-b}{d-b}=\frac{(\beta-1)(\beta-2)}{(2+\beta)^2+(1-\beta)^2}+i\frac{4-\beta^2}{(2+\beta)^2+(1-\beta)^2}$ avec $\beta\in\mathbb{R}^-$**

0.5 **c) Déterminer la valeur de β pour que les points B , C et D soient alignés**

3) On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$, les points A, B , C et D d'affixes respectives :

$$z_A=i\sqrt{3}\quad ;\quad z_B=-i\sqrt{3}\quad ;\quad z_C=3+2z_A\quad ;\quad d=3+2z_B$$

0.5 **a) Montrer que $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=\frac{\sqrt{3}}{3}i$**

0.5 **b) En déduire la nature du triangle ACD puis montrer que $3AC=\sqrt{3}AD$**

0.25 **c) Calculer en cm^2 l'aire du triangle ACD.**

4) Soit $M'(z')$ l'image du point $M(z)$ par la transformation T tel que :

$$z'=\sqrt{3}\times\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}(z-z_A)+z_A$$

0.75 **a) Montrer que la transformation Test une rotation dont en précisera ses éléments caractéristiques**

0.25 **b) Déterminer z_F l'affixe du point F image du point B par la transformation T.**

0.5 **5) Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tels que : $\left|\sqrt{3}z+3i\right|=\left|-i\sqrt{3}z\right|$**

Exercice : 3 (3points)

On considère la fonction numérique g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = \ln x - \sqrt{x}$

0.5 **1) Montrer que pour tout x appartenant à $]0;+\infty[$; $g'(x) = \frac{2-\sqrt{x}}{2x}$**

0.75 **2) a) Dresser le tableau de variation de la fonction g puis en déduire que :**

$$\forall\, x \in\,]0;+\infty[\quad ; \quad \ln x < \sqrt{x} \quad \left(\textbf{Remarquer que } g(4) < 0\right)$$

0.5 **b) En déduire que pour tout $x > 1$; $0 < \frac{\ln x}{x} < \frac{1}{\sqrt{x}}$**

0.25 **c) Justifier le résultat de la limite suivante :** $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

0.5 **3) Montrer que la fonction $G : x \longmapsto x\left(\ln x - 1 - \frac{2}{3}\sqrt{x}\right)$ est une primitive de g sur $]0;+\infty[$**

0.5 **4) Vérifier que $\int_1^e g(x)\,dx = \frac{5-2e\sqrt{e}}{3}$**

Problème : (8points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2x + 1 + e^{-x+3}(e^{-x+3} - 4)$

et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. (Unité : 1cm)

0.5 **1) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$**

0.5 **2) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x) - (-2x+1)\right) = 0$ et interpréter le résultat géométriquement.**

0.5 **3) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter le résultat géométriquement.**

0.75 **4) Résoudre l'équation $e^{-x+3} - 4 = 0$ puis montrer que la courbe (C_f) est en dessous de la droite (D) d'équation $y = -2x + 1$ sur l'intervalle $[3 - \ln 4\,;+\infty[$ et au-dessus de la droite (D) sur l'intervalle $]-\infty\,;3-\ln 4]$**

0.5 **5) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = -2(e^{-x+3} - 1)^2$**

0.5 **6) Calculer $f'(3)$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.**

0.5 **7) Dresser le tableau de variations de la fonction f pour tout $x \in \mathbb{R}$.**

0.5 **8) Montrer que la courbe (C_f) admet un point d'inflexion unique de coordonnées $(3;-8)$**

0.75 **9) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α tel que :**

$$3 - \ln 5 < \alpha < 3 - 2\ln 2$$

0.5 **10) a) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$**

0.75 **b) Montrer $(f^{-1})'(4\ln 2 - 5) = -\frac{1}{18}$ (Remarquer que $f^{-1}(4\ln 2 - 5) = 3 - \ln 4$)**

1 **11) Construire la droite (D) , la courbe (C_f) et la courbe $(C_{f^{-1}})$ dans le même repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.**

(On prend $3 - ln(5) \approx 1.4$ et $3 - 2ln(2) \approx 1.6$)

والله ولـــي التوفيـــــق