Année scolaire : 2022 – 2023	Résumé des nombres complexes	**2 Bac science**

Forme algébrique $i^2=-1$

$Z = a + ib$ avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

$\mathrm{Re}(z) = a$ et $\mathrm{Im}(z) = b$

$z \in R \Leftrightarrow \mathrm{Im}(z) = 0$

$z \in iR \Leftrightarrow \mathrm{Re}(z) = 0$

Forme trigonométrique :

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ $\quad r>0$

$z=[r;\theta]$ $\quad r>0$

Forme exponentielle :

$z = re^{i\theta}$ $\quad r>0$

$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta = [1;\theta]$

$$e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta}\times e^{i\theta'}$$

$$e^{i(\theta-\theta')} = \frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}}$$

$$e^{-i\theta} = \frac{1}{e^{i\theta}}$$

$$\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{i(n\theta)}$$

Euler

$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$$

$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) \equiv \arg\left(\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}\right)[2\pi]$ $\qquad Z_A \neq Z_B$

$(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}) \equiv \arg\left(\dfrac{Z_D-Z_C}{Z_B-Z_A}\right)[2\pi]$ $\qquad Z_A \neq Z_B$

$z_I = \dfrac{Z_A+Z_B}{2} \Leftrightarrow$ I milieu de $[AB]$ $\qquad$ $\mathrm{aff}(\overrightarrow{AB}) = Z_B - Z_A$

$\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$ A, B et C sont alignés ($A \neq B$)

Nature d'un triangle

$\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A} = \left[1;\pm\dfrac{\pi}{2}\right] \Leftrightarrow$ **ABC rectangle et isocèle en A**

$\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A} = \left[1;\pm\dfrac{\pi}{3}\right] \Leftrightarrow$ ABC triangle équilatéral

$\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A} = [1;\theta] \Leftrightarrow$ ABC triangle isocèle en A

$\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A} = \left[r;\pm\dfrac{\pi}{2}\right]$; $r>0 \Leftrightarrow$ ABC rectangle en A

Représentation complexe

M, M', Ω et $\vec{u}$ d'affixes respectives z, z', ω et a

Translation $t_{\vec{u}}$: $t_{\vec{u}}(M) = M' \Leftrightarrow z' = z + a$

Homothétie $h(\Omega,k)$: $h(M) = M' \Leftrightarrow z'-\omega = k(z-\omega)$

Rotation $R(\Omega,\theta)$: $R(M) = M' \Leftrightarrow z'-\omega = e^{i\theta}(z-\omega)$

Orthogonalité de deux droites

$(AB)\perp(CD) \Leftrightarrow \arg\left(\dfrac{Z_D-Z_C}{Z_B-Z_A}\right) \equiv \pm\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$

L'ensemble des points

$|Z-Z_A| = |Z-Z_B|$ L'ensemble des points M(z) est la médiatrice du segment $[AB]$

$|Z-Z_A| = r$ L'ensemble des points M(z) est le cercle de centre A et de rayon r $\qquad r>0$

Conjugué d'un complexe

$z = a+ib \Leftrightarrow \bar{z} = a-ib$

$z+\bar{z} = 2\,\mathrm{Re}(z)$

$z-\bar{z} = 2i\,\mathrm{Im}(z)$

$\overline{z+z'} = \bar{z}+\bar{z}'$

$\overline{z\times z'} = \bar{z}\times\bar{z}'$; $\overline{z^n} = (\bar{z})^n$

$\overline{\left(\dfrac{z}{z'}\right)} = \dfrac{\bar{z}}{\bar{z}'}$

$\bar{z} = -z \Leftrightarrow z \in iR$

$\bar{z} = z \Leftrightarrow z \in R$

$\overline{[r,\theta]} = [r,-\theta]$ $\qquad r>0$

$-[r,\theta] = [r,\theta+\pi]$

$\dfrac{1}{[r,\theta]} = \left[\dfrac{1}{r},-\theta\right]$

$\dfrac{[r,\theta]}{[r',\theta']} = \left[\dfrac{r}{r'},\theta-\theta'\right]$

$[r,\theta]^n = [r^n, n\theta]$

$[r,\theta]\times[r',\theta'] = [r\times r', \theta+\theta']$

Module d'un complexe

$|a+ib| = \sqrt{a^2+b^2}$

$|z| = |-z| = |\bar{z}|$

$|z\times z'| = |z|\times|z'|$

$|z^n| = |z|^n$

$\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$ $\qquad z' \neq 0$

$|z+z'| \leq |z|+|z'|$

$AB = |Z_B - Z_A|$

Argument d'un complexe

$\arg(z) \equiv (\vec{u};\overrightarrow{OM})[2\pi]$

$\arg(z\times z') \equiv \arg z + \arg z'[2\pi]$

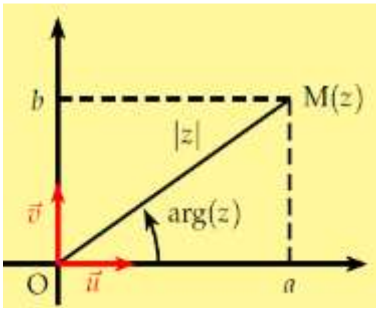
$\arg(\bar{z}) \equiv -\arg z[2\pi]$

$\arg(z^n) \equiv n\arg z[2\pi]$

$\arg\left(\dfrac{z}{z'}\right) \equiv \arg z - \arg z'[2\pi]$

$\arg\left(\dfrac{1}{z}\right) \equiv -\arg z[2\pi]$

$\arg(-z) \equiv \pi + \arg z[2\pi]$



Moivre

$\cos\theta + i\sin\theta = [1,\theta]$

$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = [1,n\theta]$

$[1,\theta]^n = [1,n\theta]$

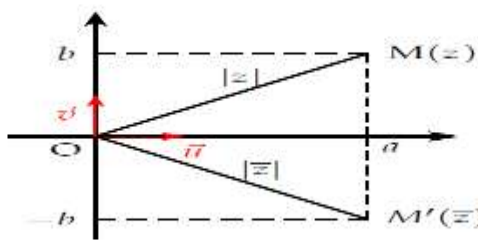
$\mathrm{Re}[1,\theta]^n = \cos(n\theta)$

$\mathrm{Im}[1,\theta]^n = \sin(n\theta)$

Equation de second degré dans $\mathbb{C}$

$az^2+bz+c=0$ où a, b et c des réels $a \neq 0$

Solutions de l'équation	$\Delta = b^2-4ac$
$z = -\dfrac{b}{2a}$	$\Delta = 0$
$z_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$\Delta > 0$
$z_1 = \dfrac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \dfrac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$	$\Delta < 0$



AHMED AGOUZAL