

# PRIMITIVES

## EXERCICES CORRIGES

Exercice n°1.

**Dérivée et primitives**

- 1) Calculez la dérivée de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 3x^3 - 9x + 1$ .
- 2) Déduisez-en deux primitives de la fonction  $g$  définie par  $g(x) = 9x^2 - 9$
- 3) Déterminer le sens de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice n°2 à 11 – Primitives sans fonction logarithme**

Déterminer une primitive de  $f$  sur un intervalle contenu dans son ensemble de définition

Exercice n°2. Usage des tableaux de primitives usuelles

- |                             |                                    |                               |                                 |
|-----------------------------|------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) $f(x) = 2x + 1$          | 2) $f(x) = 10x^4 + 6x^3 - 1$       | 3) $f(x) = (x-1)(x+3)$        | 4) $f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2$ |
| 5) $f(x) = \frac{-4}{3x^5}$ | 6) $f(x) = x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ | 7) $f(x) = \sin x - 2 \cos x$ |                                 |

Exercice n°3. Primitive et constante

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = 3x - 1 + \frac{2}{x^2}$ .

Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  sur  $]0; +\infty[$  qui s'annule pour  $x=1$ .

Exercice n°4.

Trouver la primitive  $F$  de  $f$  sur  $I$  vérifiant la condition donnée

- 1)  $f(x) = 1 - x + x^2 - x^3$      $I = \mathbb{R}$      $F(1)=0$
- 2)  $f(x) = x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}$      $I = ]0; +\infty[$      $F(1)=1$

**Exercices n°5 à n°8 : Déterminer une primitive des fonctions données**

Exercice n°5. Forme  $u'u^n$

1) $f(x) = 3(3x+1)^4$	2) $f(x) = 16(4x-1)^3$	3) $f(x) = (2x+7)^6$	4) $f(x) = (6x-2)(3x^2-2x+3)^5$
5) $f(x) = \frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$	6) $f(x) = \sin x \cos x$		

Exercice n°6. Forme  $\frac{u'}{u^2}$

1) $f(x) = \frac{4}{(1+4x)^2}$	2) $f(x) = \frac{6}{(2x+1)^2}$	3) $f(x) = \frac{1}{(4x+3)^2}$	4) $f(x) = \frac{-1}{(2-x)^2}$
5) $f(x) = \frac{2}{(4-3x)^2}$	6) $f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$	7) $f(x) = \frac{4x-10}{(x^2-5x+6)^2}$	8) $f(x) = \frac{\cos x}{\sin^2 x}$
9) $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$			

Exercice n°7.

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{3x+4}{(x+1)^3}$ .

- 1) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  tels que, pour tout  $x \neq -1$ ,  $f(x) = \frac{a}{(x+1)^2} + \frac{b}{(x+1)^3}$ .
- 2) En déduire une primitive  $F$  de  $f$  sur  $]-1; +\infty[$ .

Exercice n°8. Forme  $\frac{u'}{\sqrt{u}}$

1)  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{3x+2}}$

2)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-5x}}$

3)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-3}}$

4)  $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$

5)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

6)  $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{2+\sin x}}$

Exercice n°9.

Soit  $g$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = x\sqrt{x}$ .

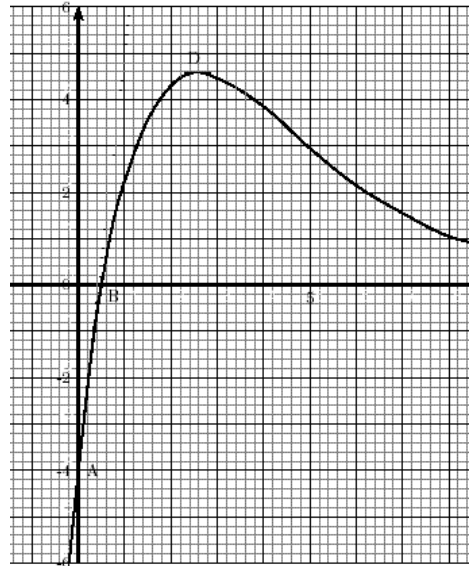
1) Calculez la dérivée de  $g$  sur  $]0; +\infty[$

2) soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \sqrt{x}$ .

Déduisez de la première question une primitive de  $f$  sur  $]0; +\infty[$

Exercice n°10.

La courbe  $(C)$  donnée ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .



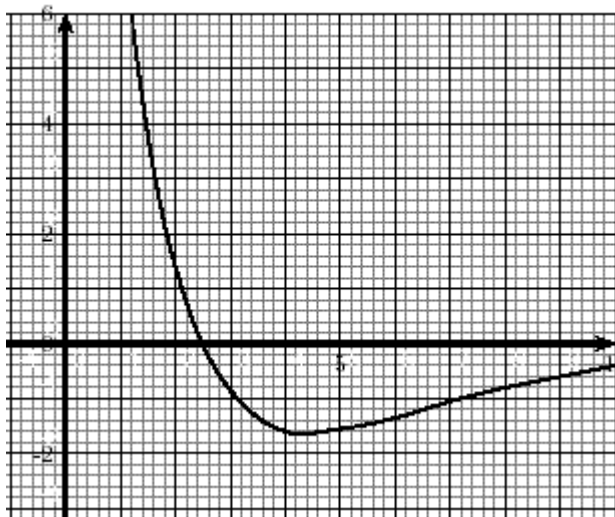
1) Pour chacune des affirmations ci-dessous indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier votre réponse :

a. Toute primitive de  $f$  s'annule pour  $0,5$ .

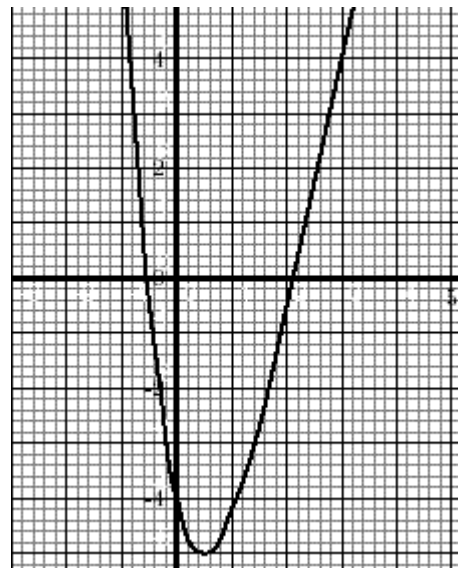
b. Toute primitive de  $f$  est décroissante sur  $[0 ; 0,5]$ .

2. Parmi les courbes  $(C_1)$  et  $(C_2)$  données ci-dessous, l'une est la représentation graphique d'une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . Indiquer laquelle en précisant les raisons de votre choix.

Courbe 1



Courbe 2



## Exercice n°11 à 16 – Primitives utilisant les fonctions logarithmes et exponentielles

### Exercice n°11.

Déterminez une primitive de la fonction  $f$  proposée sur l'intervalle  $I$  donné :

- 1)  $f(x) = x^2 - 5x + \frac{1}{x}$  sur  $I = ]0; +\infty[$
- 2)  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$  sur  $I = ]0; +\infty[$
- 3)  $f(x) = \frac{7}{x} + \frac{5}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$  sur  $I = ]0; +\infty[$
- 4)  $f(x) = \frac{3}{3x-4}$  sur  $I = \left] \frac{4}{3}; +\infty \right[$
- 5)  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  sur  $I = ]-1; +\infty[$
- 6)  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  sur  $I = ]-\infty; -1[$
- 7)  $f(x) = \frac{2x}{x^2-4}$  sur  $I = ]2; +\infty[$
- 8)  $f(x) = \frac{1}{3x-5}$  sur  $I = ]2; +\infty[$
- 9)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+2}$  sur  $\mathbb{R}$
- 10)  $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$  sur  $I = ]-1; 1[$

### Exercice n°12.

On considère la fonction définie sur  $I = [4; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 4}{x-2}$

- 1) Trouver trois réels  $a, b$ , et  $c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$
- 2) En déduire une primitive de  $f$  sur  $[4; +\infty[$

### Exercice n°13.

Déterminez une primitive de la fonction  $f$  proposée sur l'intervalle  $I$  donné :

- 1)  $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$  sur  $I = \left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$
- 2)  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  sur  $I = [1; +\infty[$
- 3)  $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$  sur  $I = ]1; +\infty[$
- 4)  $f(x) = \tan x$  sur  $I = \left] \frac{\pi}{2}; \pi \right[$

### Exercice n°14.

Déterminez une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $f$  donnée :

1) $f(x) = \frac{1}{4}e^x$	2) $f(x) = e^{-x}$	3) $f(x) = e^{2x+3}$	4) $f(x) = xe^{x^2}$	5) $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$
----------------------------	--------------------	----------------------	----------------------	-------------------------------

### Exercice n°15.

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x+2)e^x$

Déterminez les nombres  $a$  et  $b$  tels que la fonction  $F$ , définie sur  $\mathbb{R}$ , par  $F(x) = (ax+b)e^x$  soit une primitive de  $f$ .

### Exercice n°16.

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{3}{e^{-x}+1}$

- 1) Vérifiez que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ , on a  $f(x) = \frac{3e^x}{e^x+1}$
- 2) Déduisez en la primitive  $F$  de  $f$  qui s'annule pour  $x=0$