

$$H = \{(x, y) \in G^2 / y = x + 3\}$$

Exercice 7

On considère les deux ensembles :

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 - 2y^2 + xy + x + 2y = 0\}$$

et $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + 2y = 0\}$

- 1) Montrer que $E \neq \emptyset$ et $F \neq \emptyset$
- 2) Montrer que $F \subset E$
- 3) déterminer y pour que $(1, y) \in E$
a-t-on $E = F$?

4) Déterminer G tel que $E = F \cup G$

Exercice 8

On pose $A = \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{xy} / (x, y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^* \right\}$

- 1) montrer que $0 \notin A$ et $\frac{1}{2} \in A$
- 2) montrer que $A \subset]0, 1[$
- 3) a-t-on $A =]0, 1[$?

Exercice 9

On considère les ensembles

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\}$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = \sqrt{1 - x^2}\}$$

et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^3 + y^3 = 1\}$

puis on pose $I = [-1, 1]$

- 1) Montrer que $A \neq \emptyset$ et $B \neq \emptyset$
- 2) Montrer que $B \subset A$ et déterminer \overline{B} le complémentaire de B dans A
- 3) Montrer que $A \cap D = \{(1, 0); (0, 1)\}$
- 4) a) Montrer que $A \subset I \times I$
b) est-ce qu'on a $A = I \times I$?

exercice 10

- 1) montrer que pour tout (a, b) de $]0, 1[$ ²
et (x, y) de \mathbb{Z}^2 on a :

$$(x + a = y + b) \Rightarrow (x = y \text{ et } a = b)$$

- 2) déterminer en extension

$$\left\{ (x, y, z) \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[\times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / \begin{cases} \cos x - 2y = z + \sin x \\ |z| < 2 \end{cases} \right\}$$

Exercice 1

Déterminer en extension les ensembles suivants :

$$A = \{-3t + 7 / t \in [-1, 2]\}$$

$$B = \{x^2 - 4x + 1 / x \in [0, 4]\}$$

$$D = \left\{ \frac{2x + 3}{x + 2} / x \in]-2, 5[\right\}$$

Exercice 2

On considère les ensembles

$$A = \left\{ \frac{2k + 1}{4} / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

et $B = \left\{ \frac{5k' + 4}{3} / k' \in \mathbb{Z} \right\}$

Montrer que $A \cap B = \emptyset$ et $B \cap \mathbb{N} \neq \emptyset$

Exercice 3

On pose : $A = \{2k + 1 / k \in \mathbb{Z}\}$

Et $B = \left\{ \frac{2k' - 3}{5} / k' \in \mathbb{Z} \right\}$

- 1) montrer que $A \subset B$ et $A \neq B$
- 2) Déterminer \overline{A} le complémentaire de A dans \mathbb{Z}

Exercice 4

On considère les ensembles

$$A = \{2p + 1 / p \in \mathbb{Z}\} \text{ et } B = \{3q + 2 / q \in \mathbb{Z}\}$$

déterminer $A \cap B$

Exercice 5

On pose $A = \left\{ \frac{7\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} / k \in \mathbb{Z} \right\}$

$$B = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{6} / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

et $C = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{6} / k \in \mathbb{Z} \right\}$

Montrer que $A \subseteq B$ et $B \cap C = \emptyset$

Exercice 6

On considère l'ensemble

$$E = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 \leq 25\} \text{ et on pose}$$

$$F = E \cap [-3, 5] \text{ et } G = E \cap [-2, 4]$$

- 1) déterminer en extension
 F, E, G, \overline{G} et \overline{F}
- 2) déterminer en extension