EXERCICE (1)

Déterminer en extension les ensembles ci-dessous :

1) $A=\left\{x\in\mathbb{Z} / \dfrac{2|x|-1}{3}\leq 1\right\}$ 2) $E=\left\{\dfrac{x}{x+1}>1 / x\in\mathbb{R}\right\}$

3) $C=\left\{x\in\mathbb{Z} / \dfrac{x+6}{x+3}\in\mathbb{Z}\right\}$ 6) $F=\left\{(x,y)\in\mathbb{Z}^2 / x^2-y^2=4\right\}$

4) $D=\left\{x\in\left]-\pi,\pi\right[/ x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{3} ; k\in\mathbb{Z}\right\}$

5) $E=\left\{(x,y)\in\mathbb{Z}^2 / xy-7x-5y+9=0\right\}$

7) $G=\left\{(-1)^n-(-1)^m / n\in\mathbb{N} , m\in\mathbb{N}\right\}$

EXERCICE (2)

On pose $A=\left\{\dfrac{3x+2}{2x+2} / x\in\mathbb{R}\right\}$ Et $B=\left\{\dfrac{3x+4}{2x+2} / x\in\mathbb{R}\right\}$ montrer que $A=B$	On pose $A=\left\{\dfrac{x}{x+1} / x\in\mathbb{R}^+\right\}$ Montrer que $A=\left[0,1\right[$
On pose $A=\left\{6k'+1 / k'\in\mathbb{Z}\right\}$ Et $B=\left\{3k-2 / k\in\mathbb{Z}\right\}$ Montrer que $A\subseteq B$	On pose $F=\left\{\pi+\dfrac{2k\pi}{3} / k\in\mathbb{Z}\right\}$ Et $E=\left\{(2k'+1)\pi / k'\in\mathbb{Z}\right\}$ Montrer que $E\subseteq F$ a-t-on $F\subseteq E$

EXERCICE (3)

On considère les ensembles $E=\left\{\dfrac{3k+4}{12} / k\in\mathbb{Z}\right\}$ et $F=\left\{\dfrac{6k+1}{12} / k\in\mathbb{Z}\right\}$

a) vérifiez que $\dfrac{1}{3}\in E$ et $\dfrac{1}{3}\notin F$

b) montrer que $F\subseteq E$ a-t-on $E=F$?

EXERCICE (4)

On pose $E=\left\{a+b\sqrt{2} / (a,b)\in\mathbb{Z}^2\right\}$

1) montrer que $E\neq\varnothing$

2) soit u un élément de E montrer que $u^2\in E$

3) montrer par récurrence que $(\forall n\in\mathbb{N})$ $u^n\in E$

EXERCICE (5)

Soient a et b deux réels de $\mathbb{R}$. on pose $E=\left\{n\in\mathbb{Z} / E(na)=E(nb)\right\}$

1) supposons que $a<b$ et on pose $\alpha=\dfrac{1}{b-a}$ montrer que $E\subseteq\left]-\alpha,\alpha\right[$

2) en déduire que si $E=\mathbb{Z}$ alors $a=b$

EXERCICE (6)

On considère les ensembles :

$A=\{1,4\}$; $B=\{1,2,a,b\}$ et $E=\{1,2,3,4,a,b,c\}$

1) déterminer X de $P(E)$ tel que $A\cap X=A$

2) déterminer Y de $P(E)$ tel que $A\cup Y=A$

EXERCICE (7)

on pose $A=\left\{x=\sqrt{n^2+1}-n / n\in\mathbb{N}\right\}$

1) montrer que $A\subset\left]0,1\right]$

2) résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $\sqrt{n^2+1}-n=\dfrac{1}{2}$ a-t-on $A=\left]0,1\right]$?

EXERCICE (8)

E un ensemble non vide, A ; B et C trois parties de E montrer que :

- $(A\cap B)-C=(A-C)\cap(B-C)$
- $(A\cap B=A)\Leftrightarrow(A\subset B)$
- $A\cap(B\Delta C)=(A\cap B)\Delta(A\cap C)$
- $(A\cup B=B)\Leftrightarrow(A\subset B)$
- $(A\cup B=B\cap C)\Leftrightarrow(A\subset B\subset C)$
- $(A\cap\overline{B}=\varnothing)\Leftrightarrow(A\subset B)$