



TD/Arithmétique - Division euclidienne

Exercice1 : Division euclidienne dans \mathbb{Z} avec des entiers négatifs
Dans chaque cas, déterminer le reste et le quotient dans la division euclidienne de : 65 par -7

-65 par -7 et -65 par 7

Exercice2 : déterminer un reste dans une division euclidienne
 n et p sont deux entiers naturels. On sait que le reste de la division euclidienne de n par 11 vaut 8 et que le reste de la division euclidienne de p par 11 vaut 7.

Quel est le reste de la division euclidienne de $n + p$ par 11 ? Traduire l'énoncé à l'aide d'une division euclidienne Un entier naturel n est tel que si on le divise par 5 le reste vaut 3 et si on le divise par 6 le reste augmente de 1 et le quotient diminue de 1. Déterminer n .

Exercice3 : déterminer les restes possibles

Dans la division euclidienne de 1620 par un entier b non nul, le quotient est 23 et le reste r . déterminer les valeurs possibles pour b et r .

Exercice4 : Disjonction de cas et division euclidienne
démontrer que pour tout entier naturel n , $n(2n^2 + 1)$ est divisible par 3.

Exercice5 : déterminer un reste avec une division euclidienne
1. Sachant que le reste de la division euclidienne de l'entier naturel a par 12 est 7, déterminer le reste de la division euclidienne de a par 3.

2. Sachant que le reste de la division euclidienne de l'entier naturel b par 3 est 2, déterminer les valeurs possibles du reste de la division euclidienne de b par 12.

Exercice6: Soit n un entier naturel. déterminer en fonction de n , le reste dans la division euclidienne de $n^2 + 5n + 7$ par $n + 3$.

Exercice7: Soit n un entier naturel. Déterminer en fonction de n , le reste dans la division euclidienne de $7n + 6$ par $3n + 1$.

Exercice8: Soit n un entier naturel. Déterminer en fonction de n , le reste dans la division euclidienne de $4n - 3$ par $n + 3$.

Exercice9 : Division euclidienne pour montrer que A divise B
Soit n un entier naturel.

1. déterminer, en fonction de n , le reste dans la division euclidienne de $n^2 + 2$ par $n + 1$.



2. En d'enduire les valeurs de n pour lesquelles $n + 1$ divise $n^2 + 2$.

Exercice10 : La somme de deux entiers naturels a et b vaut 1400. La division euclidienne de a par b donne un reste de 16.

1) Traduire l'énoncé. Quelle condition a-t-on sur b ?

2) Montrer que b est un diviseur de 1384.

3) En utilisant le fait que 173 est premier, déterminer les valeurs possibles de a et b .

Exercice11 : n est un entier relatif. Le reste de la division euclidienne de n par 13 est 7. 1) Quel est le reste dans la division euclidienne de n^2 par 13.

2) Quel est le reste dans la division euclidienne de $1 - 3n$ par 13.

Exercice12 : Algorithmique et division euclidienne

Ecrire un algorithme qui affiche le quotient et le reste dans la division euclidienne de a par b dans le cas où a et b sont deux entiers naturels. Les seules opérations autorisées sont l'addition et la soustraction.

Exercice13 : Montrer que pour tous entiers a et b , $ab(a^2 - b^2)$ est divisible par 3.

Sachant que $23 \times 51 + 35 = 1208$, répondre rapidement aux questions suivantes :

1) Quels sont le quotient et le reste de la division euclidienne de 1208 par 51 ?

2) Quels sont le quotient et le reste de la division euclidienne de 1208 par 23 ?

Exercice14 : "Je suis un entier naturel. Quand on me divise par 4, le reste est 3, mais quand on me divise par 5, le reste est 1 et le quotient inchangé.

Qui suis-je ?"

Exercice15 : Soit a un entier qui a pour reste 4 dans la division euclidienne par 6 et b un entier qui a pour reste 3 dans la division euclidienne par 6.

Montrer que le produit de a par b est divisible par 6.

Exercice16 : Trouver tous les entiers naturels qui ont un reste égal au cube de leur quotient dans la division euclidienne par 64.

Exercice17 : Soit n un entier naturel non nul, déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $2n^2 + n$ par $n+1$.