

## Systèmes : partie 2

1) On appelle système de deux équations du premier degré à deux inconnues tout système de la forme :

$$(I) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \text{ où les coefficients } a, b, c, d \text{ sont des}$$

réels donnés et le couple  $(x, y)$  est l'inconnue dans  $\mathbb{R}^2$

Résoudre le système  $(I)$  c'est déterminer l'ensemble  $S$

des solutions c a d l'ensemble des couples  $(x, y)$  qui

vérifient les deux équations:  $ax + by = c$  et  $a'x + b'y = c'$

simultanément

2) pour Résoudre un système  $(I)$  on utilise généralement

quatre méthodes :

- Méthode de substitution
- Méthode de combinaison linéaire ou addition
- Méthode des déterminants
- Méthode graphique

### a) Méthode de substitution :

Substituer, c'est remplacer par (Mettre à la place de).

**Exemple :** Dans le système  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$ , on exprime  $x$  en

fonction de  $y$  dans la première équation et on obtient le

$$\text{système équivalent : } \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$$

On remplace ensuite  $x$  par  $3 - 2y$  dans la seconde équation,

$$\text{ce qui donne le système : } \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 2(3 - 2y) + 3y = 4 \end{cases} \text{ SSI}$$

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ -y + 6 = 4 \end{cases}, \text{ soit encore à } \begin{cases} x = 3 - 2y \\ y = 2 \end{cases}$$

et on remplace  $y$  par 2 dans la première équation on trouve

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \text{ donc : solution donc: } S = \{(-1, 2)\}$$

### b) Méthode de combinaison linéaire ou méthode par

**addition :** Cette méthode consiste à faire apparaître des coefficients opposés pour l'une des inconnues, en multipliant les équations par des facteurs bien choisis. En additionnant membre à membre les deux équations transformées, on obtient une équation à une seule inconnue que l'on peut résoudre.



**Exemple :** Dans le système  $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$ , on multiplie les

termes de la première équation par 2 et ceux de la seconde

par 3 et on obtient le système équivalent :  $\begin{cases} 4x + 6y = 14 \\ 9x - 6y = 12 \end{cases}$

On additionne membre à membre les deux équations et on remplace la seconde équation du système par le résultat ; on

obtient le système  $\begin{cases} 4x + 6y = 14 \\ 13x = 26 \end{cases}$  équivalent :  $\begin{cases} 8 + 6y = 14 \\ x = 2 \end{cases}$ ,

soit  $\begin{cases} 6y = 6 \\ x = 2 \end{cases}$  encore ou  $\begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ . On en déduit le couple

solution :  $S = \{(2, 1)\}$ .

**Remarque :** Un système peut n'avoir aucune solution ou encore une infinité de solutions.

Soit le système :  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ . Si les coefficients de  $x$  et

de  $y$  sont proportionnels, c'est-à-dire si  $ab' = a'b$ , ce

système a une infinité de solutions ou pas de

– si de plus  $ac' \neq a'c$ , alors le système n'a pas de solution ;

– si  $ac' = a'c$  (les coefficients des deux équations sont proportionnels), alors le système a une infinité de solutions.

### c) Méthode des déterminants

Soit le système de deux équations à deux inconnues suivant

$$(I) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \text{ et } \Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b \text{ son déterminant}$$

- Si  $\Delta \neq 0$  alors le système  $(I)$  admet un couple solution

$$\text{unique } x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{cb' - c'b}{\Delta} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{ac' - a'c}{\Delta}$$

- Si  $\Delta = 0$  alors :

✓ Si  $\Delta_x = 0$  et  $\Delta_y = 0$  alors : les deux équations

$ax + by = c$  et  $a'x + b'y = c'$  sont équivalentes et dans ce

cas Résoudre le système c'est Résoudre l'une des

équations par exemple en choisi :  $ax + by = c$  et alors

$$\text{on a : } S = \left\{ \left( x; \frac{c - ax}{b} \right) / x \in \mathbb{R}; b \neq 0 \right\}$$

✓ Si  $\Delta_x \neq 0$  ou  $\Delta_y \neq 0$  alors le système  $(I)$  n'admet

aucun couple solutions et donc  $S = \emptyset$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien