I. Terminologies statistique et symboles :

A. Population – unité statistique – caractère – valeurs – classes :

a. Activité :

❖ **Exemple 1 :**

Dix candidats ont passé un concours , les notes obtenues sur 150 points sont :
60 – 70 – 80 – 60 – 60 – 70 – 90 – 70 – 60 – 80 .

❖ **Exemple 2:**

Le tableau suivant présente les poids de 60 bébés âgés de 4 mois :

Pois des bébés en kg	$[5;5,5[$	$[5,5;6[$	$[6;6,5[$	$[6,5;7[$	$[7;7,5[$
Nombres de bébés	20	17	11	10	2

❖ **Exemple 3 :**

Le tableau suivant donne le nombre des voitures vendues de chaque marque parmi 300 voitures vendues pendant un mois.

Marques des voitures	Dacia	Peugeot	Ford	Mercedes	BMW
Nombres des voitures vendues	200	50	30	15	5

b. Terminologies statistique

termes	Exemple 1	Exemple 2	Exemple 3
Population statistique	10 candidats	60 bébés	Les 300 voitures vendues
Effectif total noté N	$N=10N=60N=300$	$N=60$	$N=300$
unité statistique ou « individu»	candidat	bébé	Voiture vendue
Le caractère (ou la variable statistique):	Les notes obtenues	Poids de chaque bébé	Marque de voiture
Types de caractères	caractère quantitatif discret	caractère quantitatif continue	caractère qualitatif
• x_i Valeurs du caractère • $[a_p, a_{p+1}[$ classes du caractère	Suivant le sens croissant $x_1 = 60$ et $x_2 = 70$ et $x_3 = 80$ et $x_4 = 90$	la 1[ière] classe est $[5;5,5[$ la dernière classe est $[7;7,5[$. le représentant est	
c_i Le milieu $c_1 = \dfrac{a_i + a_{i+1}}{2}$ le milieu de l'intervalle $[a_i, a_{i+1}[$			

c. Remarque :

- ✓ caractère quantitatif discret : prend des valeurs isolées(comme les mois de naissances des élèves ou le nombre des membres de la famille pour chaque élève d'une classe de tronc commun .
- ✓ caractère quantitatif continue : prend des valeurs très proches (comme les poids ou les hauteurs des élèves d'un lycée) . dans ce cas les valeurs du caractères sont rassemblées dans des intervalles demi ouvert ($[a_i, a_{i+1}[$) de même longueur ou de même capacité .Chaque intervalle est appelé classe . la 1[ière] classe est $[a_1, a_2[$ et la dernière classe est $[a_p, a_{p+1}[$.
- ✓ caractère qualitatif : qui ne peut pas s'exprimer par des nombres (comme les couleurs des yeux ou les cheveux les marques des voitures préférées)
- ✓ On désigne par p le nombre des valeurs x_i donc la dernière valeur sera noter x_p

B. Effectifs – effectifs cumulés – fréquences – fréquences cumulées – pourcentages :

a. Effectifs :

1. Définition :

- Le nombre de fois tel qu'une valeur x_i est répétée s'appelle effectif , on note n_i .
- La somme des effectifs n_i est N le nombre total de la population statistique
- Le couple (x_i, n_i) s'appelle une série statistique .
- Toute valeur ou toute classe ayant le plus grand effectif s'appelle valeur (ou classe) modale .
- on peut avoir plusieurs valeurs modes (valeurs modales) ou classes modes (ou classes modales) .

2. Exemples :

- Pour l'exemple 1 : Effectif de la valeur $x_1 = 60$ est 4 $n_1 = 4$. donner n_2 et n_3 et n_4 .
- Pour l'exemple 2 : Effectif de la classe $[5;5,5[$ est 4 $n_1 = 20$. donner n_2 et n_3 et n_4 et n_5 .
- Pour l'exemple 3 : Effectif pour la marque Dacia est $n_1 = 200$. donner n_2 et n_3 et n_4 et n_5 .
- Pour l'exemple 1 : la valeur mode est $x_1 = 60$. Pour l'exemple 2 : la classe modale est $[5;5,5[$.

b. Effectifs cumulés

1. Définition :

(x_i, n_i) est une série statistique .

Le nombre $n_1 + n_2 + \cdots + n_i$ s'appelle l'effectif cumulé de la valeur x_i d'un caractère .

2. Exemples :

- Pour l'exemple 1 : l'effectif cumulé de la valeur $x_3 = 80$ .Est $n_1 + n_2 + n_3 = 4 + 3 + 2 = 9$. donner les effectifs cumulés des valeurs : $x_1 = 60$ et $x_2 = 70$ et et $x_4 = 90$.
- Pour l'exemple 2 : l'effectif cumulé de la classe $[5,5;6[$ est $n_1 + n_2 = 250$. donner les effectifs cumulés des autres classes .
- Pour l'exemple 3 : Effectif cumulé de la marque Ford est $n_1 + n_2 + n_3 = 250 + 50 + 30 = 280$. donner les effectifs cumulés des autres marques .

c. Fréquences :

1. Définition :

(x_i, n_i) est une série statistique.

Le nombre $\frac{n_i}{N}$ s'appelle la fréquence cumulée de la valeur x_i d'une caractère .on note $f_i = \frac{n_i}{N}$.

2. Exemples :

- Pour l'exemple 1 : fréquence de la valeur $x_1 = 60$ est $f_1 = \frac{n_1}{N} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$. donner les autres fréquences .
- Pour l'exemple 2 : fréquence de la classe $[5;5,5[$ est $f_1 = \frac{n_1}{N} = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$. donner les autres fréquences .

- Pour l'exemple 3 : fréquence de la marque Dacia est $n_1 = 200$. donner les autres fréquences

3. Remarque : La somme des fréquences est égale à 1 .$\left(f_1 + f_2 + f_3 + \cdots + f_p = 1\right)$

d. Fréquences cumulées :

1. Définition :

(x_i, n_i) est une série statistique.

Le nombre $f_1 + f_2 + \cdots f_i$ s'appelle la fréquence cumulée de la valeur x_i d'un caractère .

2. Exemples :

- Pour l'exemple 1 : la fréquence cumulée de la valeur $x_3 = 80$ .Est $f_1 + f_2 + f_3 = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{9}{10}$.

  donner les autres fréquence cumulées des valeurs : $x_1 = 60$ et $x_2 = 70$ et et $x_4 = 90$.

- Pour l'exemple 2 : l'effectif cumulé de la classe $[5,5;6[$ est $f_1 + f_2 = \frac{20}{60} + \frac{17}{60} = \frac{37}{60}$. donner les fréquences cumulées des autres classes .

- Pour l'exemple 3 : fréquence cumulée de la marque Ford est $f_1 + f_2 = \frac{200}{300} + \frac{50}{300} = \frac{250}{300} = \frac{5}{6}$.

  donner les fréquences cumulées des autres marques .

e. Pourcentages :

1. Définition :

(x_i, n_i) est une série statistique.

- Le nombre $f_i \times 100\%$ s'appelle le pourcentage de la valeur x_i d'une caractère .on note $p_i = f_i \times 100\%$.
- La somme des pourcentage est égale à 100% ($p_1 + p_2 + \cdots + p_p = 100\%$.

2. Exemples :

- Pour l'exemple 1 : Pourcentage de la valeur $x_1 = 60$ est $p_1 = f_1 \times 100 = \frac{n_1}{N} \times 100 = \frac{4}{10} \times 100 = 40\%$.

  donner les autres Pourcentage.

- Pour l'exemple 2 : Pourcentage de la classe $[5;5,5[$ est

  $p_1 = f_1 \times 100 = \frac{n_1}{N} \times 100 = \frac{20}{60} \times 100 = 33,33\%$. donner les autres Pourcentage.

- Pour l'exemple 3 : Pourcentage de la marque Dacia est

  $p_1 = f_1 \times 100 = \frac{n_1}{N} \times 100 = \frac{200}{300} \times 100 = 66,66\%$. donner les autres Pourcentage.

3. Remarque : la somme de toutes les pourcentages est 1 .

II. Paramètres de position :

A. Moyenne arithmétique (ou la moyenne statistique) – variance – écart-type

01. Moyenne arithmétique (ou la moyenne statistique):

a. Définition :

La moyenne arithmétique d'une série statistique (x_i, n_i) est le nombre $\bar{x}$ tel que :

$\bar{x} = \dfrac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \cdots + n_p x_p}{N}$ avec p est le nombre des valeurs x_i et $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_p$.

b. Exemple :

La moyenne arithmétique pour l'exemple des 10 candidats est : D'où : $\bar{x} = \dfrac{4 \times 60 + 3 \times 70 + 2 \times 80 + 1 \times 90}{10} = 70$

.

Conclusion : La moyenne arithmétique est : $\bar{x} = 70$.

Remarque : $n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \cdots + n_p \times x_p = N \times \bar{x}$ .On utilise le tableau suivant :

Valeurs x_i	$x_1 = 60$	$x_2 = 70$	$x_3 = 80$	$x_4 = 90$	La somme de chaque ligne
Effectifs n_i	4	3	2	1	4+3+2+1=10=N
$\dfrac{n_i \times x_i}{N}$	$\dfrac{n_1 \times x_1}{N} = \dfrac{4 \times 60}{10}$	21	16	9	$\bar{x} = 24 + 21 + 16 + 9 = 70$

Conclusion : La moyenne arithmétique est : $\bar{x} = 70$.

c. Remarque :

Pour le cas d'une série statistique les valeurs sont exprimées par classes $[a_i, a_{i+1}[$ les valeurs x_i par les milieux $c_i = \dfrac{a_i + a_{i+1}}{2}$ des classes $[a_i, a_{i+1}[$ donc : $\bar{x} = \dfrac{n_1 \times c_1 + n_2 \times c_2 + \cdots + n_p \times c_p}{N}$. p est le nombre des classes .

Exemple : Le tableau suivant présente les durées de vies de 60 lampes:

Classe $[a_p, a_{p+1}[$	$[10;20[$	$[20;30[$	$[30;40[$	$[40;50[$	$[50;60[$
Effectifs	2	7	3	10	8

1. Déterminer l'effectif cumulé de la classe $[40;50[$
2. Déterminer la fréquence de la classe $[30;40[$ puis le pourcentage de cette classe
3. Quelle est la classe mode (ou modale) ?
4. Calculer la moyenne arithmétique de la série statistique .

Correction :

1. L'effectif cumulé de la classe $[40;50[$ est : $2 + 7 + 3 + 10 = 22$.
2. Déterminer la fréquence de la classe $[30;40[$ et le pourcentage de la classe $[30;40[$:

➢ la fréquence de la classe $[30;40[$ est $f_3 = \dfrac{n_3}{N} = \dfrac{3}{30} = \dfrac{1}{10}$.

- le pourcentage de la classe $[30;40[$ est $p_3 = f_3 \times 100 = \frac{1}{10} \times 100 = 10\%$.

3. la classe modale est $[40;50[$.

4. la moyenne arithmétique de la série statistique est :

$$\overline{x} = \frac{n_1 \times c_1 + n_2 \times c_2 + \cdots + n_p \times c_p}{N} = \frac{2\times 15 + 7\times 25 + 3\times 35 + 10\times 45 + 8\times 55}{30} = 40$$

Conclusion : la moyenne arithmétique de la série statistique est $\overline{x} = 40$.

02. La médiane :

a. Définition :

La plus petite valeur du caractère dont l'effectif cumulé est plus grand ou égal à la moitié de l'effectif total N est appelée la médiane , on note Me .

b. Exemple :

Prenons l'exemple 1 : la médiane est $Me = x_2 = 70$. Car l'effectif cumulé de $x_2 = 70$ est $N_2 = n_1 + n_2 = 4 + 3 = 7$ et l'effectif total $N = 10$.

I. Paramètres de dispersion :

01. Etendue :

a. Définition :

La différence entre deux valeurs extrêmes s'appelle l'étendue .

b. Exemple :

Prenons l'exemple 1 : la valeur maximale est $x_4 = 90$ et la valeur minimale est $x_1 = 60$ d'où l'étendue est égale à $x_4 - x_1 = 30$

02. Ecart- moyen

a. Définition :

La moyenne des écarts à la moyenne statistique $\overline{x}$ s'appelle l'écart-moyen on note $\overline{e}$ ou bien .

$$\overline{e} = \frac{n_1 \times |x_1 - \overline{x}| + n_2 \times |x_2 - \overline{x}| + \cdots + n_p \times |x_p - \overline{x}|}{N} .$$

b. Exemple :

Prenons l'exemple 1 (10 candidats) : calculons l'écart-moyen .

On a la moyenne statistique $\overline{x} = 70$, Donc :

$$\overline{e} = \frac{n_1 \times |x_1 - \overline{x}| + n_2 \times |x_2 - \overline{x}| + \cdots + n_p \times |x_p - \overline{x}|}{N} = \frac{4\times|60-70| + 3\times|70-70| + 2\times|80-70| + 1\times|90-70|}{10}$$

$$= \frac{40 + 0 + 20 + 20}{10} = 8$$

Conclusion : l'écart-moyen est $\overline{e} = 8$.**Remarque :** on peut utiliser le tableau suivant :

Valeurs x_i	$x_1=60$	$x_2=70$	$x_3=80$	$x_4=90$	La somme de chaque ligne
Effectifs n_i	$n_1=4$	3	2	1	4+3+2+1=10=N
$\dfrac{n_i\left\|x_i-\bar{x}\right\|}{N}$	$\dfrac{n_i\left\|x_i-\bar{x}\right\|}{N}=\dfrac{4\left\|60-70\right\|}{10}=4$	0	2	2	$\bar{e}=4+0+2+2=8$

03. Variance :

a. Définition :

La variance d'une série statistique (x_i,n_i) est le nombre V tel que :

$V=\dfrac{n_1\times\left|x_1-\bar{x}\right|^2+n_2\times\left|x_2-\bar{x}\right|^2+\cdots+n_p\times\left|x_p-\bar{x}\right|^2}{N}$ avec p est le nombre des valeurs x_i et

$n=n_1+n_2+\cdots+n_p$ et $\bar{x}$ est : la moyenne arithmétique de la série statistique .

b. Propriété :

2. La variance d'une série statistique (x_i,n_i) est : $V=\dfrac{n_1\times(x_1)^2+n_2\times(x_2)^2+\cdots+n_p(x_p)^2}{N}-(\bar{x})^2$.
3. La variance est toujours positive (c.à.d. $V\geq 0$.

c. Exemple :

Prenons l'exemple des 10 candidats calculons V la variance de série statistique :

On a la moyenne arithmétique de la série statistique est $\bar{x}=70$

D'où :

$$V=\frac{n_1\times(x_1)^2+n_2\times(x_2)^2+\cdots+n_p(x_p)^2}{N}-(\bar{x})^2$$

$$=\frac{4\times60^2+3\times70^2+2\times80^2+1\times90^2}{10}-70^2$$

$$=\frac{14400+14700+12800+8100}{10}-4900$$

$$=5000-4900=100$$

Conclusion : la variance de la série statistique est $V=100$.

04. Ecart type :

a. Définition :

L'écart type d'une série statistique (x_i,n_i) est le nombre σ tel que : $\sigma=\sqrt{V}$ avec V est la variance de la série statistique

b. Exemple :

Prenons l'exemple des 10 candidats calculons σ l'écart type de série statistique :

On a la variance de série statistique est $V = 100$ donc $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{100} = 10$.

Conclusion : l'écart type de la série statistique est : $\sigma = 10$.

II. Diagramme en bâtons – diagramme en bandes – histogramme – polygone statistique – diagramme sectoriel :

A. Diagramme en bâtons et polygone statistique pour les effectifs ou pour les fréquences :

a. Approche :

On trace deux demi droites d_1 et d_2 de mêmes origine O tel que :

- d_1 graduée et horizontale vers la droite puis on place les valeurs x_i soit dans le sens croissant (ou décroissant) à chaque graduation .
- d_1 graduée convenablement et verticale vers le haut et graduée proportionnelle par rapport aux valeurs des n_i s'il s'agit d'un diagramme des effectifs (ou f_i s'il s'agit d'un diagramme des fréquences) puis on place les valeurs n_i (ou f_i) dans les graduations qui corresponds à ses proportionnalités .
- On place les points de coordonnés (x_i, n_i) (ou (x_i, f_i)) .
- On trace les segments qui relient x_i et le point (x_i, n_i) dans ce cas le diagramme s'appelle diagramme en bâtons (ou bâtonnets) des effectifs (ou x_i et le point (x_i, f_i)) le diagramme s'appelle diagramme en bâtons (ou bâtonnets) des fréquences) .
- Si on relie chaque deux points de coordonnées (x_i, n_i) et (x_{i+1}, n_{i+1}) par un segment le diagramme obtenue s'appelle polygone statistique des effectifs.
- Si on relie chaque deux points de coordonnées (x_i, f_i) et (x_{i+1}, f_{i+1}) par un segment le diagramme obtenue s'appelle polygone statistique des fréquences .

❖ **Exemple :**

Le tableau suivant présente les effectifs d'une série statistique (x_i, n_i) :

Valeurs x_i	$x_1 = 30$	$x_2 = 50$	$x_3 = 170$	$x_4 = 200$	$x_5 = 320$
Effectifs n_i	12	8	14	20	6

1. Donner les fréquences de chaque valeur x_i .
2. Construire le diagramme bâtons des effectifs puis polygone statistique des effectifs de la série (x_i, n_i) .
3. Construire le diagramme en bâtons des fréquences puis polygone statistique des fréquences de cette série

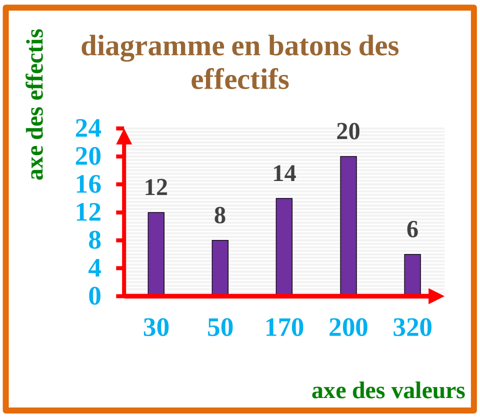
Correction :

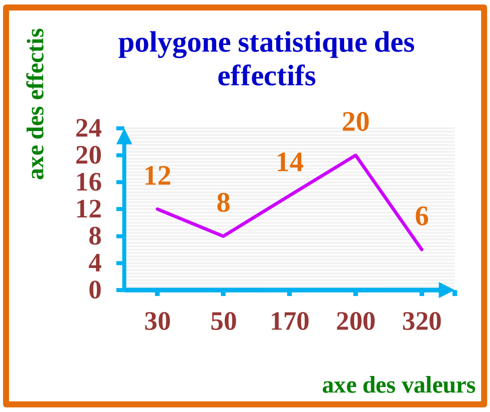
1. On donne les fréquences de chaque valeur x_i .

Valeurs x_i	$x_1 = 30$	$x_2 = 50$	$x_3 = 170$	$x_4 = 200$	$x_5 = 320$
Effectifs n_i	$n_1 = 12$	8	14	20	6
Fréquences f_i	$f_1 = \frac{n_1}{N} = \frac{12}{60}$	$f_2 = \frac{8}{60}$	$f_3 = \frac{14}{60}$	$f_4 = \frac{20}{60}$	$f_5 = \frac{6}{20}$

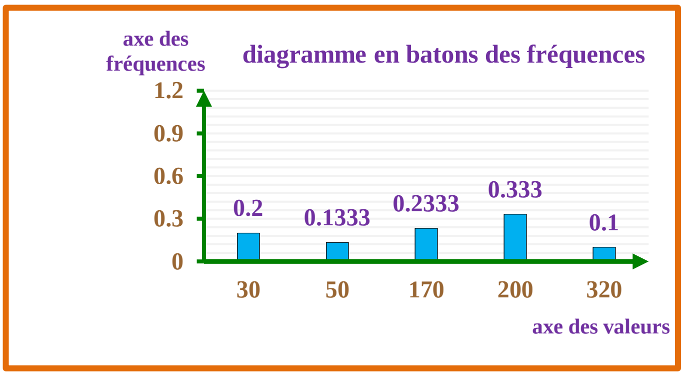
2. Diagramme en bâtons des effectifs puis polygone statistique des effectifs de la série statistique (x_i, n_i) .

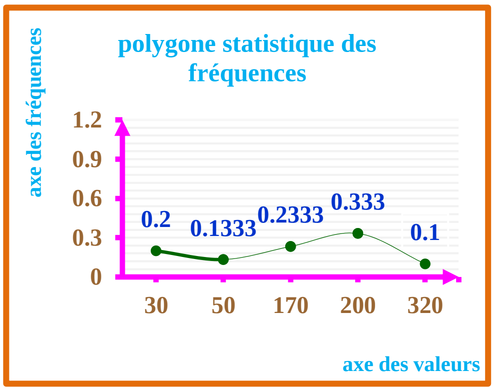
Les graduations sur l'axe vertical 1 cm correspond à l'effectif 4 .





3. **Diagramme en bâtons des fréquences polygone statistique des fréquences de la série statistique (x_i, n_i).**





Remarque :

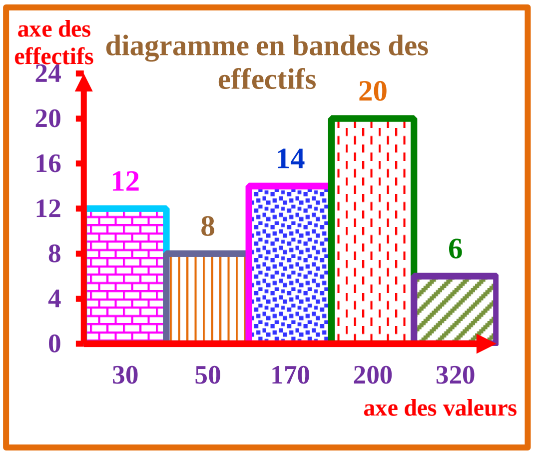
1. **Si on trace sur la demi droite d_1 (horizontale) à partir de O (l'origine) des segments juxtaposer (un à coté de l'autre) et de même longueur (en général) et à partir de deux extrémités successives on trace les deux segments verticaux de hauteurs correspondent à n_i qui est situé sur l'axe d_2 on obtient à chaque fois des rectangles dont les longueurs varient suivants les valeurs des n_i . Le diagramme obtenue s'appelle diagramme en bandes .**

b. **Exemple :**

Le tableau suivant présente l'effectifs d'une série statistique (x_i, n_i) :

Valeurs x_i	30	50	170	200	320
Effectifs n_i	12	4	14	20	6

1. **Construire le diagramme en bandes des effectifs de la série statistique (x_i, n_i).**



B. Diagramme sectoriel :

a. Diagramme sectoriel sur un cercle tout entier :

On présente les effectifs (ou les fréquences) d'une série statistique donnée par des classes suivantes un cercle .

2. $N = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots n_p$ est présenté par secteur angulaire de 360° c.à.d. $360^\circ \to N$.

3. n_i est présenté par secteur angulaire de α° c.à.d. $\alpha^\circ \to n_i$.

4. D'après la règle de trois on a : $\begin{cases} 360^\circ \to N \\ \alpha^\circ \to n_i \end{cases} \Rightarrow 360^\circ \times n_i = N \times \alpha^\circ$. D'où : $\alpha^\circ = \dfrac{360^\circ \times n_i}{N}$

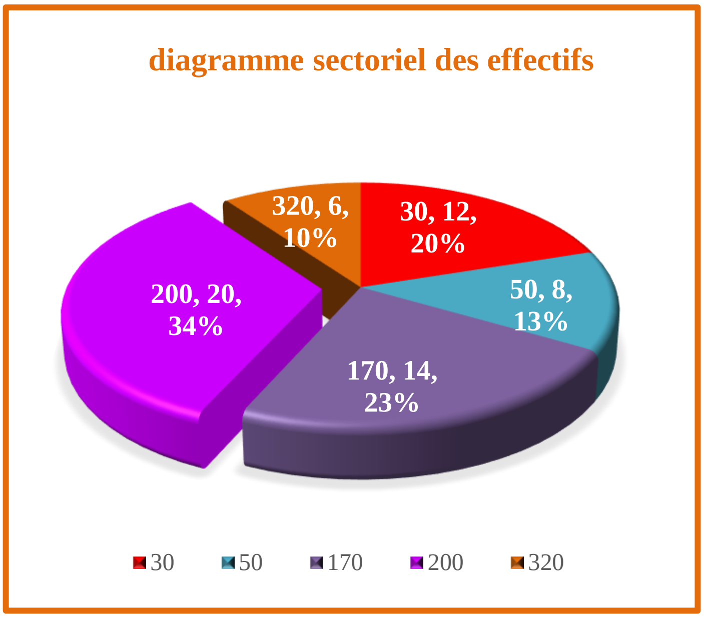
5. Conclusion : le secteur angulaire qui représente l'effectif n_i de la valeur x_i d'un caractère a pour angle de mesure $\alpha^\circ = \dfrac{360^\circ \times n_i}{N}$.

❖ **Exemple :**

1. On donne un diagramme sectoriel des effectifs du 10 candidats , on a les mesures des angles des secteurs angulaires des effectifs sont :

Valeurs x_i	$x_1 = 30$	$x_2 = 50$	$x_3 = 170$	$x_4 = 200$	$x_5 = 320$
Effectifs n_i	12	8	14	20	6
$\alpha_i^\circ = \dfrac{360^\circ \times n_i}{N}$	$\alpha_1^\circ = \dfrac{360^\circ \times n_1}{N} = 72^\circ$	$\alpha_2^\circ = \dfrac{360^\circ \times n_2}{N} = 48^\circ$	$\alpha_3^\circ = 84^\circ$	$\alpha_4^\circ = 120^\circ$	$\alpha_5^\circ = 36^\circ$

On a le diagramme sectoriel suivant :



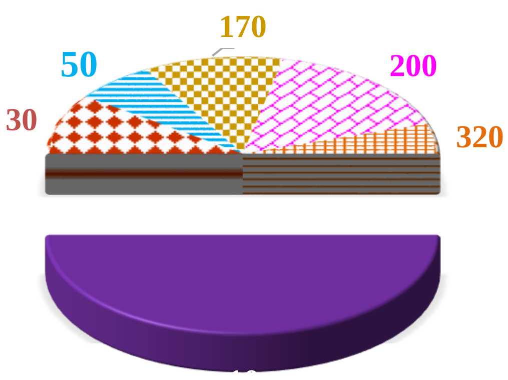
b. Diagramme sectoriel sur un demi cercle :

Remarque : le secteur angulaire qui représente l'effectif n_i de la valeur x_i d'un caractère a pour angle de mesure $\beta^\circ = \dfrac{1}{2} \times \alpha^\circ = \dfrac{360^\circ \times n_i}{2N}$.

❖ **Exemple :**

On donne un diagramme sectoriel des effectifs du 10 candidats , on a les mesures des angles des secteurs angulaires des effectifs sont :

Valeurs x_i	$x_1 = 30$	$x_2 = 50$	$x_3 = 170$	$x_4 = 200$	$x_5 = 320$
Effectifs n_i	12	8	14	20	6
$\alpha_i^\circ = \frac{360^\circ \times n_i}{N}$	$\beta_1^\circ = \frac{360^\circ \times n_1}{2N} = 36^\circ$	$\beta_2^\circ = \frac{360^\circ \times n_2}{2N} = 24^\circ$	$\beta_3^\circ = 42^\circ$	$\beta_4^\circ = 60^\circ$	$\beta_5^\circ = 18^\circ$



C. Histogramme :

- **Le cas des série statistique définie par des classes même chose que les diagramme en bâtons au lieu de placer les sur l'axe horizontale d_1 on place les classes c.à.d. les intervalles juxtaposer (un à coté de l'autre) ou séparés d'une distance régulière.**
- **Exemple :**

Le tableau suivant présente les effectifs des classes d'une série statistique :

Classe $[a_p, a_{p+1}[$	$[10;20[$	$[20;30[$	$[30;40[$	$[40;50[$	$[50;60[$
Effectifs	2	7	3	10	8

1. On donne un histogramme des effectifs :